0 Úprava výrazov

Táto kapitola je zameraná na prácu s výrazmi a na ich úpravy. Aj keď sa prakticky jedná o stredoškolské učivo, doporučujeme čitateľovi, aby si prepočítal všetky príklady a získal tak určité zručnosti, ktoré bude potrebovať pri štúdiu ďalších kapitol.

Vypočítajte:

1. $\frac{1}{4}+\frac{3}{5}$

2. $\frac{17}{4}-\frac{\frac{4}{3}}{\frac{24}{5}}$

Riešenie:

1. Zlomky sčitujeme podľa pravidla $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d+b\cdot c}{b\cdot d}$.

$$\frac{1}{4}+\frac{3}{5}=\frac{1\cdot 5+3\cdot 4}{4\cdot 5}=\frac{5+12}{20}=\frac{17}{20}$$

2. Zlomky odčitujeme podľa pravidla $\frac{a}{b}-\frac{c}{d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{b\cdot d}$.

Zložený zlomok upravíme na jednoduchý podľa pravidla $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$, nakoľko

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}.$$

$$\frac{17}{4}-\frac{\frac{4}{3}}{\frac{24}{5}}=\frac{17}{4}-\frac{4\cdot 5}{3.24}=\frac{17}{4}-\frac{20}{72}=\frac{17\cdot 72-4\cdot 20}{4\cdot 72}=\frac{1224-80}{288}=\frac{1144}{288}=\frac{143\cdot 8}{36\cdot 8}=\frac{143}{36}$$

Roznásobte:

3. $(2x+3y)^2$
4. $(2x+3y)^3$
5. $(2x-3y)^2$
6. $(2x-3y)^3$

Riešenie:

Použijeme tieto pravidlá:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

$$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$$

3. $(2x+3y)^2=(2x)^2+2\cdot 2x\cdot 3y+(3y)^2=4x^2+12xy+9y^2$

4. $(2x+3y)^3=(2x)^3+3\cdot(2x)^2\cdot 3y+3\cdot 2x\cdot(3y)^2+(3y)^3=8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$

Ak si nepamätáme pravidlo, môžeme umocňovať postupným násobením.

$$(2x+3y)^3=(2x+3y)\cdot(2x+3y)\cdot(2x+3y)=(2x\cdot 2x+2x\cdot 3y+3y\cdot 2x+3y\cdot 3y)\cdot(2x+3y)=$$
$$(4x^2+6xy+6xy+9y^2)\cdot(2x+3y)=(4x^2+12xy+9y^2)\cdot(2x+3y)=$$
$$4x^2\cdot 2x+12xy\cdot 2x+9y^2\cdot 2x+4x^2\cdot 3y+12xy\cdot 3y+9y^2\cdot 3y=$$
$$8x^3+24x^2y+18xy^2+12x^2y+36xy^2+27y^3=8x^3+36x^2y+54xy^2+27y^3$$

5. $(2x-3y)^2=(2x)^2-2\cdot 2x\cdot 3y+(3y)^2=4x^2-12xy+9y^2$

6. $(2x-3y)^3=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot 3y+3\cdot 2x\cdot(3y)^2-(3y)^3=8x^3-36x^2y+54xy^2-27y^3$

Upravte na tvar súčinu:

7. x^2-4
8. x^3-4x
9. x^2-2
10. x^3-8
11. x^5-8x^2
12. x^5+8x^2

Riešenie:
Použijeme tieto pravidlá:

$$a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)$$
$$a^3-b^3=(a-b)\cdot(a^2+ab+b^2)$$
$$a^3+b^3=(a+b)\cdot(a^2-ab+b^2)$$

7. $x^2-4=x^2-2^2=(x+2)\cdot(x-2)$
8. $x^3-4x=x\cdot(x^2-4)=x\cdot(x+2)\cdot(x-2)$
9. $x^2-2=x^2-(\sqrt{2})^2=(x+\sqrt{2})\cdot(x-\sqrt{2})$
10. $x^3-8=x^3-2^3=(x-2)\cdot(x^2+x\cdot 2+2^2)=(x-2)\cdot(x^2+2x+4)$
11. $x^5-8x^2=x^2\cdot(x^3-8)=x^2\cdot(x^3-2^3)=x^2\cdot(x-2)\cdot(x^2+2x+4)$
12. $x^5+8x^2=x^2\cdot(x^3+8)=x^2\cdot(x^3+2^3)=x^2\cdot(x+2)\cdot(x^2-2x+4)$

Upravte výrazy a určte, kedy majú zmysel:

13. $\dfrac{2x^2.3x^3}{4x^4}$

Riešenie:
Použijeme pravidlo $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$, pričom $a\geq 0; m,n\in R$.

$$\frac{2x^2.3x^3}{4x^4}=\frac{6x^5}{4x^4}=\frac{3x^5}{2x^4}=\frac{3x\cdot x^4}{2\cdot x^4}=\frac{3x}{2}$$

Pretože menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nula, musí platiť $4x^4\neq 0$, teda $x\neq 0$.

14. $5x^{2n}\cdot 3x^n$

Riešenie:

$$5x^{2n}\cdot 3x^n=15x^{2n+n}=15x^{3n}$$

15. $x\left(x-y\right)^2 x^2\left(x-y\right)^3$

Riešenie:

$$x\left(x-y\right)^2 x^2\left(x-y\right)^3 = x\left(x^2-2xy+y^2\right)x^2\left(x^3-3x^2y+3xy^2-y^3\right)=$$
$$\left(x^3-2x^2y+xy^2\right)x^2\left(x^3-3x^2y+3xy^2-y^3\right)=\left(x^5-2x^4y+x^3y^2\right)\left(x^3-3x^2y+3xy^2-y^3\right)=$$
$$x^5\cdot x^3-2x^4y\cdot x^3+x^3y^2\cdot x^3+x^5\cdot\left(-3x^2y\right)-2x^4y\cdot\left(-3x^2y\right)+x^3y^2\cdot\left(-3x^2y\right)+$$
$$x^5\cdot\left(3xy^2\right)-2x^4y\cdot\left(3xy^2\right)+x^3y^2\cdot\left(3xy^2\right)+x^5\cdot\left(-y^3\right)-2x^4y\cdot\left(-y^3\right)+x^3y^2\cdot\left(-y^3\right)=$$
$$x^8-2x^7y+x^6y^2-3x^7y+6x^6y^2-3x^5y^3+3x^6y^2-6x^5y^3+3x^4y^4-x^5y^3+2x^4y^4-x^3y^5=$$
$$x^8-5x^7y+10x^6y^2-10x^5y^3+5x^4y^4-x^3y^5$$

16. $\left(x^2y^2z\right)\left(3xzy^3\right)$

Riešenie:

$$\left(x^2y^2z\right)\left(3xzy^3\right)=3x^3y^5z^2$$

17. $\dfrac{\left(2x^2y\right)^3\cdot\left(3xz^2y\right)^4}{8\left(2xy^2z\right)^5}$

Riešenie:

Použijeme tieto pravidlá: $\left(a\cdot b\right)^m=a^m\cdot b^m$ a $\left(a^m\right)^n=a^{m\cdot n}$, pričom $a,b\geq 0; m,n\in R$

$$\frac{\left(2x^2y\right)^3\cdot\left(3xz^2y\right)^4}{8\left(2xy^2z\right)^5}=\frac{\left(2^{1\cdot 3}x^{2\cdot 3}y^{1\cdot 3}\right)\cdot\left(3^{1\cdot 4}x^{1\cdot 4}z^{2\cdot 4}y^{1\cdot 4}\right)}{8\left(2^{1\cdot 5}x^{1\cdot 5}y^{2\cdot 5}z^{1\cdot 5}\right)}=\frac{\left(8x^6y^3\right)\cdot\left(81x^4z^8y^4\right)}{8\left(32x^5y^{10}z^5\right)}=$$
$$\frac{81\cdot 8\cdot x^{6+4}y^{3+4}z^8}{8\cdot 32\cdot x^5y^{10}z^5}=\frac{81x^{10}y^7z^8}{32x^5y^{10}z^5}=\frac{81x^5z^3}{32y^3}$$

Pretože menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nula, musí platiť $x\neq 0, y\neq 0, z\neq 0$.

18. $\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{2^3\cdot 5}{3\cdot 4^2}\right):\left(\dfrac{5^2\cdot 4}{3\cdot 2^2}\right)^2$

Riešenie:

$$\frac{1}{4}\left(\frac{2^3\cdot 5}{3\cdot 4^2}\right):\left(\frac{5^2\cdot 4}{3\cdot 2^2}\right)^2=\frac{1}{4}\left(\frac{8\cdot 5}{3\cdot 16}\right):\left(\frac{25\cdot 4}{3\cdot 4}\right)^2=\frac{1}{4}\left(\frac{8\cdot 5}{3\cdot 16}\right)\cdot\left(\frac{3}{25}\right)^2=\frac{1}{4}\left(\frac{8.5}{3.16}\right).\left(\frac{9}{625}\right)=$$
$$\frac{8\cdot 5\cdot 9}{4\cdot 3\cdot 16\cdot 625}=\frac{360}{120000}=\frac{3\cdot 120}{1000\cdot 120}=\frac{3}{1000}$$

19. $\left(x^{m+n}y^{m-n}\right)\left(x^{m-n}y^{m+n}\right); m>n$

Riešenie:

$$\left(x^{m+n}y^{m-n}\right)\left(x^{m-n}y^{m+n}\right)=x^{m+n+m-n}y^{m-n+m+n}=x^{2m}y^{2m}=\left(xy\right)^{2m}$$

20. $\dfrac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

Riešenie:

Zlomok usmerníme tak, že jeho čitateľa aj menovateľa rozšírime výrazom $2-\sqrt{3}$.

$$\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}.\frac{2-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}=\frac{4-2.\sqrt{3}-2.\sqrt{3}+\sqrt{3}^2}{4-2.\sqrt{3}+2.\sqrt{3}-\sqrt{3}^2}=\frac{4-4.\sqrt{3}+3}{4-3}=\frac{7-4.\sqrt{3}}{1}=7-4.\sqrt{3}$$

21. $\dfrac{\dfrac{2}{\sqrt{2}+1}+\sqrt{2}-1}{\dfrac{2}{\sqrt{2}+1}-\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}}$

Riešenie:

$$\frac{\dfrac{2}{\sqrt{2}+1}+\sqrt{2}-1}{\dfrac{2}{\sqrt{2}+1}-\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}}=\frac{\dfrac{2+(\sqrt{2}+1).(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}+1}}{\dfrac{2\cdot 2-(\sqrt{2}+1).(\sqrt{2}-1)}{2.(\sqrt{2}+1)}}=\frac{\dfrac{2+(2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}+1}}{\dfrac{4-(2-\sqrt{2}+\sqrt{2}-1)}{2.(\sqrt{2}+1)}}=\frac{\dfrac{2+(1)}{\sqrt{2}+1}}{\dfrac{4-(1)}{2.(\sqrt{2}+1)}}=\frac{\dfrac{3}{\sqrt{2}+1}}{\dfrac{3}{2.(\sqrt{2}+1)}}=$$

$$\frac{3}{\sqrt{2}+1}:\frac{3}{2(\sqrt{2}+1)}=\frac{3}{\sqrt{2}+1}.\frac{2(\sqrt{2}+1)}{3}=2$$

22. $\left(1+\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}\right)^2$

Riešenie:

$$\left(1+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)^2=\left(1+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)\cdot\left(1+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)=$$

$$1\cdot 1+\frac{x}{y}\cdot 1+\frac{y}{x}\cdot 1+1\cdot\frac{x}{y}+\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\cdot\frac{x}{y}+1\cdot\frac{y}{x}+\frac{x}{y}\cdot\frac{y}{x}+\frac{y}{x}\cdot\frac{y}{x}=$$

$$1+\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{x}{y}+\frac{x^2}{y^2}+1+\frac{y}{x}+1+\frac{y^2}{x^2}=3+\frac{2x}{y}+\frac{2y}{x}+\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2}=\frac{3x^2y^2+2x^3y+2xy^3+x^4+y^4}{x^2y^2}$$

Pretože menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nula, musí platiť $x\neq 0, y\neq 0$.

23. $\dfrac{x-y}{xy+x^2}\cdot\dfrac{x^4-y^4}{y^2-2xy+x^2}$

Riešenie:

$$\frac{x-y}{xy+x^2}\cdot\frac{x^4-y^4}{y^2-2xy+x^2}=\frac{x-y}{x(y+x)}\cdot\frac{(x^2-y^2)(x^2+y^2)}{(y-x)^2}=$$

$$\frac{x-y}{x(y+x)}\cdot\frac{(x-y)(x+y)(x^2+y^2)}{(y-x)^2}=\frac{(x-y)(x-y)(x+y)(x^2+y^2)}{x(y+x)(y-x)^2}=$$

$$\frac{(x-y)^2(x+y)(x^2+y^2)}{x(y+x)(x-y)^2}=\frac{x^2+y^2}{x}$$

Pretože menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nula, musí platiť $x\neq 0, y+x\neq 0, y-x\neq 0$, teda $x\neq 0, y\neq \pm x$.

24. $\dfrac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}\cdot\left(\dfrac{4x^3}{x^3-y^3}:\dfrac{2x^3}{x^2-2xy+y^2}\right)$

Riešenie:

$$\frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}\cdot\left(\frac{4x^3}{x^3-y^3}:\frac{2x^3}{x^2-2xy+y^2}\right)=\frac{x^2+xy+y^2}{(x-y)(x+y)}\cdot\frac{4x^3}{x^3-y^3}\cdot\frac{x^2-2xy+y^2}{2x^3}=$$

$$\frac{x^2+xy+y^2}{(x-y)(x+y)}\cdot\frac{4x^3}{(x-y)\left(x^2+xy+y^2\right)}\cdot\frac{(x-y)^2}{2x^3}=\frac{2}{x+y}$$

Pretože menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nula, musí platiť $x-y\neq 0, x+y\neq 0, x^2+xy+y^2\neq 0, x^3\neq 0$, teda $x\neq \pm y, x\neq 0, x^2+xy+y^2\neq 0$.

25. $\dfrac{\dfrac{x^2-y^2}{x+y}}{\dfrac{x^2+2xy+y^2}{3y-3x}}$

Riešenie:

$$\frac{\dfrac{x^2-y^2}{x+y}}{\dfrac{x^2+2xy+y^2}{3y-3x}}=\frac{x^2-y^2}{x+y}:\frac{x^2+2xy+y^2}{3y-3x}=\frac{x^2-y^2}{x+y}\cdot\frac{3y-3x}{x^2+2xy+y^2}=$$

$$\frac{(x-y)(x+y)}{x+y}\cdot\frac{3(y-x)}{(x+y)^2}=\frac{3(y-x)(x-y)}{(x+y)^2}=\frac{-3(y-x)^2}{(x+y)^2}=\frac{-3(x-y)^2}{(x+y)^2}$$

Pretože menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nula, musí platiť $x+y\neq 0, 3y-3x\neq 0, x^2+2xy+y^2\neq 0$, teda $x\neq \pm y$.

26. $\dfrac{\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}}{\dfrac{y}{x}-\dfrac{x}{y}}$

Riešenie:

$$\frac{\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}}{\dfrac{y}{x}-\dfrac{x}{y}}=\frac{\dfrac{x\cdot x+y\cdot y}{y\cdot x}}{\dfrac{y\cdot y-x\cdot x}{x\cdot y}}=\frac{\dfrac{x^2+y^2}{xy}}{\dfrac{y^2-x^2}{xy}}=\frac{x^2+y^2}{xy}:\frac{y^2-x^2}{xy}=$$

$$\frac{x^2+y^2}{xy}\cdot\frac{xy}{y^2-x^2}=\frac{\left(x^2+y^2\right)\cdot xy}{xy\cdot\left(y^2-x^2\right)}=\frac{x^2+y^2}{y^2-x^2}$$

Pretože menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nula, musí platiť $x\neq 0, y\neq 0, y^2-x^2\neq 0$, teda $x\neq 0, y\neq 0, (y-x)(y+x)\neq 0$. Po úprave dostaneme $x\neq 0, y\neq 0, y\neq \pm x$.

27. $\sqrt{\sqrt[3]{x^{12}}}$

Riešenie:

Použijeme tieto pravidlá: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[m\cdot n]{a}$ a $\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$, pričom $a\geq 0; m,n\in N$

$\sqrt{\sqrt[3]{x^{12}}} = \sqrt[2\cdot 3]{x^{12}} = \sqrt[6]{x^{12}} = x^{\frac{12}{6}} = x^2$

28. $\sqrt{\frac{\sqrt[3]{x^2 y}}{xy}}$

Riešenie:

Použijeme tieto pravidlá: $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ $\qquad \frac{1}{a^y} = a^{-y}$

$$\sqrt{\frac{\sqrt[3]{x^2 y}}{xy}} = \frac{\sqrt{\sqrt[3]{x^2 y}}}{\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt[2\cdot 3]{x^2 y}}{\sqrt{xy}} = \frac{\sqrt[6]{x^2 y}}{\sqrt{xy}} = \frac{x^{\frac{2}{6}} y^{\frac{1}{6}}}{x^{\frac{1}{2}} y^{\frac{1}{2}}} =$$

$$x^{\frac{2}{6}} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{6}} \cdot y^{-\frac{1}{2}} = x^{\frac{2}{6}-\frac{1}{2}} \cdot y^{\frac{1}{6}-\frac{1}{2}} = x^{\frac{2-3}{6}} y^{\frac{1-3}{6}} = x^{\frac{-1}{6}} y^{\frac{-1}{3}} = \frac{1}{x^{\frac{1}{6}} y^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[6]{x} \cdot \sqrt[3]{y}}$$

Pretože menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nula, musí platiť $x \neq 0, y \neq 0$.

Pretože základ druhej odmocniny nesmie byť záporný, musí platiť $\frac{\sqrt[3]{x^2 y}}{xy} \geq 0$.

Po úprave dostaneme $x \geq 0$, nakoľko $\frac{\sqrt[3]{x^2 y}}{xy} = \sqrt[3]{\frac{x^2 y}{x^3 y^3}} = \sqrt[3]{\frac{1}{xy^2}}$ a y^2 je vždy nezáporné.

Výsledné podmienky teda sú: $x > 0, y \neq 0$.

29. $\sqrt[3]{x\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}}$

Riešenie:

$$\sqrt[3]{x\sqrt{x}} \cdot \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{1}{2}}} \cdot \sqrt{x \cdot x^{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{6}} =$$

$$x^{\frac{2}{6}} \cdot x^{\frac{1}{6}} \cdot x^{\frac{3}{6}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{2}{6}+\frac{1}{6}+\frac{3}{6}+\frac{1}{6}} = x^{\frac{7}{6}} = \sqrt[6]{x^7}$$

Pretože základ šiestej odmocniny nesmie byť záporný, musí platiť $x^7 \geq 0$, teda $x \geq 0$.

30. $\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[6]{x^5}}{x \cdot \sqrt[12]{x}}$

Riešenie:

$$\frac{\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt[6]{x^5}}{x \cdot \sqrt[12]{x}} = \frac{x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{3}{4}} \cdot x^{\frac{5}{6}}}{x \cdot x^{\frac{1}{12}}} = \frac{x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}}}{x^{1+\frac{1}{12}}} =$$

$$\frac{x^{\frac{6+4+9+10}{12}}}{x^{\frac{12+1}{12}}} = \frac{x^{\frac{29}{12}}}{x^{\frac{13}{12}}} = x^{\frac{29}{12}-\frac{13}{12}} = x^{\frac{16}{12}} = x^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{x^4}$$

$x \neq 0 \wedge x \geq 0 \Rightarrow x > 0$

Pretože menovateľ zlomku sa nesmie rovnať nula, musí platiť $x \neq 0$. Pretože základ druhej, štvrtej, šiestej a dvanástej odmocniny nesmie byť záporný, musí platiť $x \geq 0$.

Výsledná podmienka teda je $x > 0$.

Zapíšte bez použitia zlomkov:

31. $\frac{m}{s}, \frac{kg}{m^3}, \frac{J}{kg \cdot K}, \frac{N \cdot m^2}{kg^2}, \frac{kg \cdot s^2}{m}, \frac{J}{s}$

Riešenie:

$\frac{m}{s} = m.s^{-1}$ $\qquad \frac{J}{kg \cdot K} = J.kg^{-1}.K^{-1}$ $\qquad \frac{kg \cdot s^2}{m} = kg.s^2.m^{-1}$

$\frac{kg}{m^3} = kg.m^{-3}$ $\qquad \frac{N \cdot m^2}{kg^2} = N.m^2.kg^{-2}$ $\qquad \frac{J}{s} = J.s^{-1}$

Vyjadrite premennú x v závislosti od premennej y. Predpokladáme, že hodnoty premenných sú kladné reálne čísla.

32. $y = 4x - 32$

Riešenie:

$y = 4x - 32$

$y + 32 = 4x$

$x = \frac{y+32}{4}$

33. $y^2 = 4x - 32$

Riešenie:

$y^2 = 4x - 32$

$y^2 + 32 = 4x$

$x = \frac{y^2+32}{4}$

34. $y = 4x^2 - 32$

Riešenie:

$y = 4x^2 - 32$

$y + 32 = 4x^2$

$\frac{y}{4} + 8 = x^2$

$x = \sqrt{\frac{y}{4} + 8}$

35. $y = 4x^5 - 32$

Riešenie:

$y = 4x^5 - 32$

$y + 32 = 4x^5$

$\frac{y}{4} + 8 = x^5$

$x = \sqrt[5]{\frac{y}{4} + 8}$

36. $y = \frac{3}{x+5}$

Riešenie:

$y = \frac{3}{x+5}$

$y \cdot (x+5) = 3$

$x + 5 = \frac{3}{y}$

$x = \frac{3}{y} - 5$

37. $y^3 + 2 = \frac{4}{x+2}$

Riešenie:

$y^3 + 2 = \frac{4}{x+2}$

$(y^3+2) \cdot (x+2) = 4$

$x + 2 = \frac{4}{y^3+2}$

$x = \frac{4}{y^3+2} - 2$

38. $y = \sqrt{x} + 2$

Riešenie:

$y = \sqrt{x} + 2$

$y - 2 = \sqrt{x}$

Obe strany rovnosti umocníme.

$(y-2)^2 = (\sqrt{x})^2$

$y^2 - 4y + 4 = x$

39. $y = x + 2\sqrt{x} + 1$

Riešenie:

$y = x + 2.\sqrt{x} + 1$

Na pravej strane rovnosti použijeme pravidlo $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$.

$y = (\sqrt{x})^2 + 2.\sqrt{x}.1 + 1^2$

$y = (\sqrt{x} + 1)^2$

Obe strany rovnosti odmocníme: $\begin{array}{l} \sqrt{y} = \sqrt{x} + 1 \\ \sqrt{y} - 1 = \sqrt{x} \end{array}$.

Obe strany rovnosti umocníme: $y - 2.\sqrt{y} + 1 = x$.

40. $\sqrt{y^5-6}=x^3+6x^2+12x+8$

Riešenie:

$\sqrt{y^5-6}=x^3+6x^2+12x+8$

Na pravej strane rovnosti použijeme pravidlo $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3=(a+b)^3$.

$\sqrt{y^5-6}=x^3+3\cdot x^2\cdot 2+3\cdot x\cdot 2^2+2^3$

$\sqrt{y^5-6}=(x+2)^3$

Obe strany rovnosti odmocníme.

$\sqrt[3]{\sqrt{y^5-6}}=\sqrt[3]{(x+2)^3}$

$\sqrt[3]{\sqrt{y^5-6}}=x+2$

$\sqrt[3]{\sqrt{y^5-6}}-2=x$

$\sqrt[6]{y^5-6}-2=x$

41. $x^2-4xy^3+4y^6=0$

Riešenie:

$x^2-4xy^3+4y^6=0$

Na ľavej strane rovnosti použijeme pravidlo $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$.

$x^2-2\cdot x\cdot(2y^3)+(2y^3)^2=0$

$(x-2y^3)^2=0$

$x-2y^3=0$

$x=2y^3$

42. $y=e^{x+2}+4$

Riešenie:

$y=e^{x+2}+4$

$y-4=e^{x+2}$

Obe strany rovnosti zlogaritmujeme.

$\ln(y-4)=\ln e^{x+2}$

Použijeme pravidlo $\ln e^x=x$.

$\ln(y-4)=x+2$

$\ln(y-4)-2=x$

43. $y=10^{3x+6}-1$

Riešenie:

$y=10^{3x+6}-1$

$y+1=10^{3x+6}$

Obe strany rovnosti zlogaritmujeme.

$\log_{10}(y+1)=\log_{10}\left(10^{3x+6}\right)$

Použijeme pravidlo $\log_{10}10^x=x$.

$\log_{10}(y+1) = 3x+6$

$\log_{10}(y+1) - 6 = 3x$

$\dfrac{\log_{10}(y+1)-6}{3} = x$

$\dfrac{\log_{10}(y+1)}{3} - 2 = x$

44. $y = \ln(2x+6)+2$

Riešenie:

$y = \ln(2x+6)+2$

$y-2 = \ln(2x+6)$

Použijeme pravidlo „Ak $x = y$, potom $e^x = e^y$.“.

$e^{y-2} = e^{\ln(2x+6)}$

Použijeme pravidlo $e^{\ln x} = x$.

$e^{y-2} = 2x+6$

$e^{y-2} - 6 = 2x$

$\dfrac{e^{y-2}}{2} - 3 = x$

45. $y = \log_{10}(x+7)+1$

Riešenie:

$y = \log_{10}(x+7)+1$

$y-1 = \log_{10}(x+7)$

Použijeme pravidlo „Ak $x = y$, potom $10^x = 10^y$.“.

$10^{y-1} = 10^{\log_{10}(x+7)}$

Použijeme pravidlo $10^{\log_{10} x} = x$.

$10^{y-1} = x+7$

$10^{y-1} - 7 = x$