

Prirodzené čísla v desiatkovej sústave

Ako sme už spomenuli, v histórii ľudstva sa vyskytlo množstvo spôsobov, ako možno zapisovať prirodzené čísla. My sa teraz budeme bližšie venovať vyjadreniu prirodzených čísel v desiatkovej pozičnej číselnej sústave. Toto vyjadrenie je založené na tvrdení, ktoré si uvedieme bez dôkazu.

Každé prirodzené číslo a môžeme jednoznačne vyjadriť v tvare
 $a = a_0 \cdot 10^0 + a_1 \cdot 10^1 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10^3 + \dots + a_n \cdot 10^n$, **pričom n je prirodzené číslo,**
 $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ **a $a_n \neq 0$.**

Čísla $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ nazývame číslice alebo cifry čísla a . Číslo zapisujeme v desiatkovej sústave tak, že uvedieme číslice $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ za sebou sprava doľava. Teda napríklad $3567 = 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$.

Číslicu a_0 nazývame číslicou nultého rádu alebo číslicou rádu jednotiek.

Číslicu a_1 nazývame číslicou prvého rádu alebo číslicou rádu desiatok.

Číslicu a_2 nazývame číslicou druhého rádu alebo číslicou rádu stoviek.

Číslicu a_3 nazývame číslicou tretieho rádu alebo číslicou rádu tisícok.

Teda zápis 3567 vyjadruje číslo, ktoré má 3 tisícky, 5 stoviek, 6 desiatok a 7 jednotiek.

Výhodou zápisu čísel v desiatkovej sústave je pomerne malý počet rôznych cifier, relatívne krátky zápis takých prirodzených čísel, s ktorými sa v bežnom živote stretávame a jednoduchosť algoritmov pre porovnávanie, sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie prirodzených čísel.

Venujme sa najskôr porovnávaniu prirodzených čísel v desiatkovej sústave.

Nech a a b sú dve prirodzené čísla zapísané v desiatkovej sústave. Potom:
Ak majú rôzny počet cifier, tak za väčšie z nich považujeme to, ktoré má vo svojom zápise viac cifier.
Ak majú rovnaký počet cifier, potom za väčšie považujeme to číslo, ktoré má väčšiu číslicu najvyššieho rádu (na 1. mieste zľava).
Ak majú rovnaký počet cifier a všetky cifry rádu väčšieho ako k rovnaké, potom za väčšie považujeme to číslo, ktoré má väčšiu číslicu rádu k (na k -tom mieste zľava).

Teda:

Číslo 2346 je väčšie ako číslo 98, lebo má viac cifier.

Číslo 2346 je väčšie ako číslo 1998, lebo obe čísla majú rovnaký počet cifier a číslo 2346 má väčšiu číslicu najvyššieho rádu.

Číslo 237463 je väčšie ako číslo 237398, lebo obe čísla majú rovnaký počet cifier a aj rovnaké cifry najvyšších troch rádov, ale číslo 237463 má väčšiu číslicu štvrtého najvyššieho rádu.

Teraz sa budeme venovať sčítaniu dvoch prirodzených čísel v desiatkovej sústave.

Aby sme mohli sčítať dve prirodzené čísla vyjadrené v desiatkovej sústave, musíme poznať takzvané základné spoje sčítania, ktorými sú súčty všetkých dvojíc jednociferných čísel. Spolu ich je 100 a sú uvedené v tabuľke.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Teraz si ukážeme, ako možno sčítať dve prirodzené čísla v desiatkovej sústave.

Počítajme $1346 + 543$.

Najprv si súčet vyjadríme v tvare $a_0 \cdot 10^0 + a_1 \cdot 10^1 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10^3 + \dots + a_n \cdot 10^n$.

$$1346 + 543 = (6 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3) + (3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2) =$$

Teraz použijeme komutatívny, asociatívny a distributívny zákon, aby sme združili sčítance, ktoré obsahujú číslice toho istého rádu.

$$= 6 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2 =$$

$$= 6 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 =$$

$$= (6 + 3) \cdot 10^0 + (4 + 4) \cdot 10^1 + (3 + 5) \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 =$$

Teraz použijeme základné spoje sčítania.

$$= 9 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 = 1889$$

Pretože výsledkom všetkých základných spojov boli čísla menšie ako 10, sčítanie je ukončené. Ide o takzvané sčítanie bez prechodu cez základ.

Nie vždy budú výsledkom všetkých základných spojov čísla menšie ako 10. V takomto prípade pôjde o sčítanie s prechodom cez základ. Postup si vysvetlíme na nasledujúcom príklade.

Počítajme $1546 + 749$.

Najprv si súčet vyjadríme v tvare $a_0 \cdot 10^0 + a_1 \cdot 10^1 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10^3 + \dots + a_n \cdot 10^n$.

$$1546 + 749 = (6 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3) + (9 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^2) =$$

Teraz použijeme komutatívny, asociatívny a distributívny zákon, aby sme združili sčítance, ktoré obsahujú číslice toho istého rádu.

$$= 6 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^2 =$$

$$= 6 \cdot 10^0 + 9 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 =$$

$$= (6 + 9) \cdot 10^0 + (4 + 4) \cdot 10^1 + (5 + 7) \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 = 15 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 + 12 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 =$$

Teraz si ukážeme podstatu sčítania s prechodom cez základ. Využijeme, že 10 jednotiek nižšieho rádu tvorí jednu jednotku vyššieho rádu.

$$\begin{aligned} &= (10+5) \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 + (10+2) \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 = 10 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 + 10 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 = \\ &= 1 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 8 \cdot 10^1 + 1 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^2 + 1 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^3 = \\ &= 5 \cdot 10^0 + (1+8) \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^2 + (1+1) \cdot 10^3 = 5 \cdot 10^0 + 9 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^3 = 2295 \end{aligned}$$

Písomný algoritmus sčítania, ktorý poznáme už zo základnej školy, je založený práve na poznatkoch prezentovaných na dvoch predchádzajúcich príkladoch. Spočíva v tom, že si sčítance zapíšeme pod sebou tak, aby jednotky toho istého rádu boli v rovnakom stĺpci. Potom postupne sčítame číslice nultého rádu, číslice prvého rádu, číslice druhého rádu, atď. Ak súčet číslic v niektorom ráde prekročí číslo 9, číslicu vyjadrujúcu počet desiatok presunieme do vyššieho rádu.

Okrem toho niekedy používame aj takzvané sčítanie spamäti. Tento postup je založený na postupnom pričítavaní jednotiek najvyššieho rádu 2. sčítanca k prvému sčítancovi tak, ako to ilustrujú nasledujúce dva príklady.

$$\begin{aligned} 1346 + 543 &= 1346 + (500 + 43) = (1346 + 500) + 43 = 1846 + 43 = 1846 + (40 + 3) = \\ &= (1846 + 40) + 3 = 1886 + 3 = 1889 \\ 1546 + 749 &= 1546 + (700 + 49) = (1546 + 700) + 49 = 2246 + 49 = 2246 + (40 + 9) = \\ &= (2246 + 40) + 9 = 2286 + 9 = 2295 \end{aligned}$$

O oboch postupoch sa viac dozviete na predmete *Primárne matematické vzdelávanie*.

Teraz sa budeme venovať odčítaniu dvoch celých prirodzených čísel v desiatkovej sústave. Pripomeňme si, že nemôžeme odčítať väčšie číslo od menšieho. Aby sme mohli odčítať dve prirodzené čísla vyjadrené v desiatkovej sústave, musíme poznať už spomenuté základné spoje sčítania.

Teraz si ukážeme, ako možno odčítať dve prirodzené čísla v desiatkovej sústave. Počítajme $7846 - 523$.

Najprv si rozdiel vyjadríme v tvare $a_0 \cdot 10^0 + a_1 \cdot 10^1 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10^3 + \dots + a_n \cdot 10^n$.

$$7846 - 523 = (6 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^3) - (3 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2) =$$

Teraz použijeme komutatívny, asociatívny a distributívny zákon, aby sme združili sčítance, ktoré obsahujú číslice toho istého rádu a použijeme základné spoje sčítania.

$$\begin{aligned} &= 7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 - 5 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 - 2 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 - 3 \cdot 10^0 = \\ &= 7 \cdot 10^3 + (8-5) \cdot 10^2 + (4-2) \cdot 10^1 + (6-3) \cdot 10^0 = 7 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0 = 7323 \end{aligned}$$

Pretože pri odčítaní cifier rovnakého rádu nebol ani v jednom prípade menšenec väčší ako menšiteľ, išlo o takzvané odčítanie bez prechodu cez základ.

Nie vždy budeme mať to šťastie, že ani v jednom prípade nebude menšenec väčší ako menšiteľ. V takomto prípade pôjde o odčítanie s prechodom cez základ. Postup si vysvetlíme na nasledujúcom príklade.

Počítajme $3576 - 749$.

Najprv si rozdiel vyjadríme v tvare $a_0 \cdot 10^0 + a_1 \cdot 10^1 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10^3 + \dots + a_n \cdot 10^n$.

$$3576 - 749 = (6 \cdot 10^0 + 7 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^3) - (9 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^2) =$$

Pretože menšenec nultého rádu je menší ako menšiteľ nultého rádu, použijeme poznatok, že jedna jednotka prvého rádu menšenca sa rovná 10 jednotkám nultého rádu menšenca. Rovnako budeme postupovať aj pri cifrách druhého rádu. Taktiež použijeme komutatívny, asociatívny a distributívny zákon a základné spoje sčítania.

$$= 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 - 7 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10^1 - 4 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 - 9 \cdot 10^0 =$$

$$= (2+1) \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 - 7 \cdot 10^2 + (6+1) \cdot 10^1 - 4 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 - 9 \cdot 10^0 =$$

$$= 2 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^2 - 7 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 10 \cdot 10^0 - 4 \cdot 10^1 + 6 \cdot 10^0 - 9 \cdot 10^0 =$$

$$= 2 \cdot 10^3 + (10+5-7) \cdot 10^2 + (6-4) \cdot 10^1 + (10+6-9) \cdot 10^0 =$$

$$= 2 \cdot 10^3 + (15-7) \cdot 10^2 + (6-4) \cdot 10^1 + (16-9) \cdot 10^0 = 2 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0 = 2827$$

Písomný algoritmus odčítania, ktorý poznáme už zo základnej školy, je založený práve na poznatkoch prezentovaných na dvoch predchádzajúcich príkladoch. Spočíva v tom, že si menšenec a menšiteľ zapíšeme pod sebou tak, aby jednotky toho istého rádu boli v rovnakom stĺpci. Potom postupne odčítame číslice nultého rádu, číslice prvého rádu, číslice druhého rádu, atď. Ak cifra i -teho rádu menšenca je menšia ako cifra i -teho rádu menšiteľa, potom formálne zväčšíme počet jednotiek i -teho rádu v menšenci o 10. Aby sa však rozdiel nezmenil, musíme menšiteľa zväčšiť o jednu jednotku $i+1$ -ého rádu.

Okrem toho niekedy používame aj takzvané odčítanie spamäti. Tento postup je založený na postupnom odčítavaní jednotiek najvyššieho rádu menšiteľa od menšenca tak, ako to ilustrujú nasledujúce dva príklady.

$$846 - 523 = 846 - (500 + 23) = 846 - 500 - 23 = 346 - 23 = 346 - (20 + 3) =$$

$$= 346 - 20 - 3 = 326 - 3 = 323$$

$$846 - 583 = 846 - (500 + 83) = 846 - 500 - 83 = 346 - 83 = 346 - (80 + 3) =$$

$$= 346 - 80 - 3 = 266 - 3 = 263$$

O oboch postupoch sa viac dozviete na predmete *Primárne matematické vzdelávanie*.

Teraz sa budeme venovať násobeniu dvoch prirodzených čísel v desiatkovej sústave.

Aby sme mohli násobiť dve prirodzené čísla vyjadrené v desiatkovej sústave, musíme poznať takzvané základné spoje násobenia, ktorými sú súčiny všetkých dvojíc jednociferných čísel. Spolu ich je 100 a sú uvedené v tabuľke.

.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Najprv si ukážeme, ako možno násobiť viacciferné prirodzené čísla v desiatkovej sústave jednociferným prirodzeným číslom.

Počítajme $826 \cdot 7$.

Najprv si prvého činiteľa vyjadríme v tvare $a_0 \cdot 10^0 + a_1 \cdot 10^1 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10^3 + \dots + a_n \cdot 10^n$.

$$826 \cdot 7 = (6 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^2) \cdot 7 =$$

Teraz použijeme komutatívny, asociatívny, distributívny zákon a základné spoje násobenia.

$$= 6 \cdot 10^0 \cdot 7 + 2 \cdot 10^1 \cdot 7 + 8 \cdot 10^2 \cdot 7 = 6 \cdot 7 \cdot 10^0 + 2 \cdot 7 \cdot 10^1 + 8 \cdot 7 \cdot 10^2 =$$

$$= 42 \cdot 10^0 + 14 \cdot 10^1 + 56 \cdot 10^2 = (40 + 2) \cdot 10^0 + (10 + 4) \cdot 10^1 + (50 + 6) \cdot 10^2 =$$

$$= 40 \cdot 10^0 + 2 \cdot 10^0 + 10 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^1 + 50 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^2 =$$

$$= 4 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 =$$

$$= 5 \cdot 10^3 + (1 + 6) \cdot 10^2 + (4 + 4) \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 = 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 = 5782$$

Všimnite si podobnosť s postupom, ktorý poznáte zo základnej školy.

$$\begin{array}{r} 826 \\ \cdot 7 \\ \hline 5782 \end{array}$$

Teraz si ukážeme, ako možno násobiť viacciferné prirodzené čísla v desiatkovej sústave. Budeme predpokladať, že násobiť jednociferným číslom už vieme.

Počítajme $826 \cdot 637$.

Najprv si druhého činiteľa vyjadríme v tvare $a_0 \cdot 10^0 + a_1 \cdot 10^1 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10^3 + \dots + a_n \cdot 10^n$.

$$826 \cdot 637 = 826 \cdot (6 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0) =$$

Teraz použijeme komutatívny, asociatívny a distributívny zákon, základné spoje násobenia a násobenie jednociferným činiteľom.

$$= 826 \cdot 6 \cdot 10^2 + 826 \cdot 3 \cdot 10^1 + 826 \cdot 7 \cdot 10^0 = 4956 \cdot 10^2 + 2478 \cdot 10^1 + 5782 \cdot 10^0 =$$

(všimnite si podobnosť tohto zápisu so zápisom, ktorý poznáte zo základnej školy)

$$\begin{array}{r} 826 \\ \cdot 637 \\ \hline 5782 \\ 2478 \\ 4956 \\ \hline 526162 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
&= 4956 \cdot 10^2 + 2478 \cdot 10^1 + 5782 \cdot 10^0 = 495 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 247 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 578 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 = \\
&= 49 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 24 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 57 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 = \\
&= 4 \cdot 10^5 + 9 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 = \\
&= 4 \cdot 10^5 + (9+2) \cdot 10^4 + (5+4+5) \cdot 10^3 + (6+7+7) \cdot 10^2 + (8+8) \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 = \\
&= 4 \cdot 10^5 + 11 \cdot 10^4 + 14 \cdot 10^3 + 20 \cdot 10^2 + 16 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 = \\
&= 4 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^5 + 1 \cdot 10^4 + 1 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 = \\
&= 5 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 = 526162
\end{aligned}$$

Písomný algoritmus násobenia, ktorý poznáme už zo základnej školy, je teda založený práve na poznatkoch prezentovaných v tomto príklade. Spočíva v tom, že si činitele zapíšeme pod sebou tak, aby jednotky toho istého rádu boli v rovnakom stĺpci. Potom postupne násobíme prvého činiteľa ciframi druhého činiteľa, pričom podpisovanie začíname na mieste cifry, ktorou násobíme. Napokon získané súčiny sčítame.

Okrem toho niekedy používame aj takzvané násobenie spamäti. Tento postup je založený na postupnom násobení čísl vyšieho rádu prvého činiteľa druhým činiteľom tak, ako to ilustrujú nasledujúce dva príklady.

$$46 \cdot 7 = (40 + 6) \cdot 7 = 40 \cdot 7 + 6 \cdot 7 = 280 + 42 = 322$$

$$463 \cdot 7 = (400 + 60 + 3) \cdot 7 = 400 \cdot 7 + 60 \cdot 7 + 3 \cdot 7 = 2800 + 420 + 21 = 3220 + 21 = 3241$$

O oboch postupoch sa viac dozviete na predmete *Primárne matematické vzdelávanie*.

Žiaľ, delenie prirodzených čísel v desiatkovej sústave má oveľa zložitejšie algoritmy, ako je to pri sčítaní, odčítaní a násobení.

Algoritmus delenia dvoch prirodzených čísel v desiatkovej sústave spočíva na tom, že od delenca odčítame čo najvyšší násobok deliteľa. Delenca preto zapíšeme v tvare súčtu, ktorého každý sčítanec s výnimkou posledného (ktorý bude zvyškom) je násobkom deliteľa. Tieto sčítance potom vydelíme a takto získané podiely sčítame.

Postup si opäť vysvetlíme na príkladoch.

Počítajme $726 : 6$.

$$726 : 6 = (600 + 126) : 6 = (600 + 120 + 6) : 6 = 600 : 6 + 120 : 6 + 6 : 6 = 100 + 20 + 1 = 121$$

V tomto prípade sme dostali podiel 121 a zvyšok 0.

Porovnajte si to so zápisom, na ktorý sme zvyknutí zo základnej školy.

$$726 : 6 = 121$$

12

6

0

Teraz počítajme $726 : 15$.

$$726 : 6 = (600 + 126) : 15 = (400 + 120 + 6) : 15 = 600 : 15 + 120 : 15 + 6 : 15 = 40 + 8 + 6 : 15 = 48 \text{ zv. } 6$$

V tomto prípade sme dostali podiel 48 a zvyšok 6.

Porovnajte si to so zápisom, na ktorý sme zvyknutí zo základnej školy.

$$726 : 15 = 48$$

126

6

V predchádzajúcich dvoch úlohách sme si iste všimli to, čo už poznáme z delenia na základnej škole. Nie je jednoduché rozložiť delenec na vhodné násobky deliteľa, najmä ak je deliteľom viacciferné číslo.

Prirodzené čísla v pozičnej sústave so základom z

Ako sme už spomenuli, používanie desiatkovej pozičnej číselnej sústavy nebolo v minulosti až také samozrejmé, ako je tomu dnes. Preto si ukážeme aj zápis čísel v pozičných sústavách s iným základom, ako je 10. Taktiež si ukážeme algoritmy sčítania, odčítania a násobenia v týchto sústavách a všimneme si ich podobnosť s algoritmami, ktoré už poznáme pre desiatkovú sústavu.

Pre ľubovoľný základ z pozičnej číselnej sústavy platí analogické tvrdenie ako pre základ 10. Uvedieme si ho bez dôkazu.

Každé prirodzené číslo a môžeme jednoznačne vyjadriť v tvare
 $a = a_0 \cdot z^0 + a_1 \cdot z^1 + a_2 \cdot z^2 + a_3 \cdot z^3 + \dots + a_n \cdot z^n$, **pričom n je prirodzené číslo, z je prirodzené číslo väčšie ako 1 a $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ sú celé nezáporné čísla menšie ako z , pričom $a_n \neq 0$.**

Aj v tomto prípade čísla $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ nazývame číslice alebo cifry čísla a . Číslo zapisujeme v sústave so základom z tak, že uvedieme číslice $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ za sebou sprava doľava a v dolnom indexe za číslom uvedieme základ sústavy z .

Ak $z = 2$, hovoríme o dvojkovej sústave a používame číslice 0, 1.

Ak $z = 3$, hovoríme o trojkovej sústave a používame číslice 0, 1, 2.

Ak $z = 4$, hovoríme o štvorkovej sústave a používame číslice 0, 1, 2, 3.

Ak $z = 12$, hovoríme o dvanástkovej sústave a používame číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B.

Ak $z = 16$, hovoríme o šestnástkovej sústave a používame číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Teraz si ukážeme, ako možno číslo zapísané v desiatkovej sústave vyjadriť v inej sústave.

Pripomeňme si, že ak je číslo vyjadrené v desiatkovej sústave, potom desať jednotiek nultého rádu tvorí jednu jednotku prvého rádu, desať jednotiek prvého rádu tvorí jednu jednotku druhého rádu, atď. Podobne to bude aj v iných sústavách.

Teda ak je číslo vyjadrené v dvojkovej sústave, potom dve jednotky nultého rádu tvoria jednu jednotku prvého rádu, dve jednotky prvého rádu tvoria jednu jednotku druhého rádu, atď.

Analogicky, ak je číslo vyjadrené v sedmičkovej sústave, potom sedem jednotiek nultého rádu tvorí jednu jednotku prvého rádu, sedem jednotiek prvého rádu tvorí jednu jednotku druhého rádu, atď.

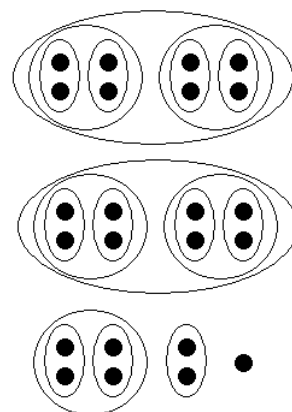
Teraz si zapíšeme číslo 23 v dvojkovej, trojkovej, štvorkovej a päťkovej sústave.

Začneme dvojkovou sústavou.

Číslo 23 môžeme reprezentovať množinou s 23 objektami. Tie predstavujú jednotky nultého rádu. Zoskupme tieto objekty po dvoch a získame jednotky prvého rádu. Zoskupme jednotky prvého rádu po dvoch a získame jednotky druhého rádu. Zoskupme jednotky druhého rádu po dvoch a získame jednotky tretieho rádu. Zoskupme jednotky tretieho rádu po dvoch a získame jednotky štvrtého rádu. Situácia je znázornená na obrázku.

Vidíme, že 23 objektov tvorí jednu jednotku nultého rádu, jednu jednotku prvého rádu, jednu jednotku druhého rádu, nula jednotiek tretieho rádu a jednu jednotku štvrtého rádu.

Preto $23_{10} = 10111_2$.

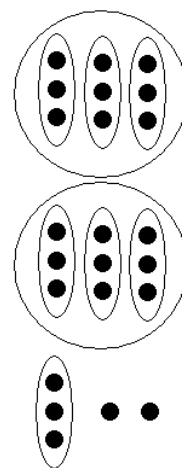


Teraz si zapíšeme číslo 23 v trojkovej sústave.

Už vieme, že číslo 23 môžeme reprezentovať množinou s 23 objektami. Tie predstavujú jednotky nultého rádu. Zoskupme tieto objekty po troch a získame jednotky prvého rádu. Zoskupme jednotky prvého rádu po troch a získame jednotky druhého rádu. Situácia je znázornená na obrázku.

Vidíme, že 23 objektov tvorí dve jednotky nultého rádu, jednu jednotku prvého rádu a dve jednotky druhého rádu.

Preto $23_{10} = 212_3$.

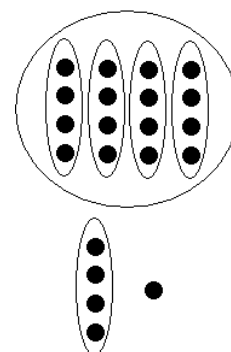


Teraz si zapíšeme číslo 23 v štvorkovej sústave.

Už vieme, že číslo 23 môžeme reprezentovať množinou s 23 objektami. Tie predstavujú jednotky nultého rádu. Zoskupme tieto objekty po štyroch a získame jednotky prvého rádu. Zoskupme jednotky prvého rádu po štyroch a získame jednotky druhého rádu. Situácia je znázornená na obrázku.

Vidíme, že 23 objektov tvorí tri jednotky nultého rádu, jednu jednotku prvého rádu a jednu jednotku druhého rádu.

Preto $23_{10} = 113_4$.

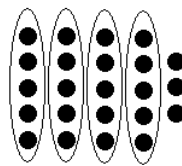


Napokon si zapíšeme číslo 23 v päťkovej sústave.

Už vieme, že číslo 23 môžeme reprezentovať množinou s 23 objektami. Tie predstavujú jednotky nultého rádu. Zoskupme tieto objekty po piatich a získame jednotky prvého rádu. Situácia je znázornená na obrázku.

Vidíme, že 23 objektov tvorí tri jednotky nultého rádu a štyri jednotky prvého rádu.

Preto $23_{10} = 43_5$.



Hoci riešenie pomocou zakreslenia a spájania objektov je prehľadné, mohlo by byť príliš zdĺhavé, a to najmä pri väčších číslach. Zakresliť 8569 objektov už nie je veľmi zábavné. Preto použijeme na prevod nasledujúci algoritmus.

23	:	2
11		1
5		1
2		1
1		0
0		1

23	:	3
7		2
2		1
0		2

23	:	4
5		3
1		1
0		1

23	:	5
4		3
0		4

Do ľavého stĺpca si značíme podiely a do pravého stĺpca zvyšky po delení základom sústavy. Výsledný zápis čítame z pravého stĺpca smerom zdola nahor.

Teda $23_{10} = 10111_2$, $23_{10} = 212_3$, $23_{10} = 113_4$, $23_{10} = 34_5$.

Úloha:

Zapíšte číslo 8 569 v dvojkovej, trojkovej, štvorkovej a päťkovej sústave.

Riešenie:

8569	:	2
4284		1
2142		0
1071		0
535		1
267		1
133		1
66		1
33		0
16		1
8		0
4		0
2		0
1		0
0		1

8569	:	3
2856		1
952		0
317		1
105		2
35		0
11		2
3		2
1		0
0		1

8569	:	4
2142		1
535		2
133		3
33		1
8		1
2		0
0		2

8569	:	5
1713		4
342		3
68		2
13		3
2		3
0		2

$8569_{10} = 10000101111001_2$, $8569_{10} = 102202101_3$, $8569_{10} = 2011321_4$, $8569_{10} = 233234_5$

Úloha:

Zapíšte číslo 8 569 v dvanástkovej a v šestnástkovej sústave.

Riešenie:

8569	:12
714	1 $\uparrow$
59	6
4	B
0	4

8569	:16
535	9 $\uparrow$
33	7
2	1
0	2

$$8569_{10} = 4B61_{12}, 8569_{10} = 2179_{16}$$

Ak máme zapísané číslo v číselnej sústave so základom z , v desiatkovej sústave ho zapíšeme pomocou už známeho tvrdenia.

Každé prirodzené číslo a môžeme jednoznačne vyjadriť v tvare $a = a_0 \cdot z^0 + a_1 \cdot z^1 + a_2 \cdot z^2 + a_3 \cdot z^3 + \dots + a_n \cdot z^n$, pričom n je prirodzené číslo, z je prirodzené číslo väčšie ako 1 a $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ sú celé nezáporné čísla menšie ako z , pričom $a_n \neq 0$.

Zapíšme čísla 10000101111001_2 , 102202101_3 , 2011321_4 , 233234_5 , $4B61_{12}$, 2179_{16} v desiatkovej sústave.

$$10000101111001_2 =$$

$$= 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^9 + 0 \cdot 2^{10} + 0 \cdot 2^{11} + 0 \cdot 2^{12} + 1 \cdot 2^{13} =$$

$$= 1 + 8 + 16 + 32 + 64 + 256 + 8192 = 8569_{10}$$

$$102202101_3 = 1 \cdot 3^0 + 0 \cdot 3^1 + 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + 0 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^5 + 2 \cdot 3^6 + 0 \cdot 3^7 + 1 \cdot 3^8 =$$

$$= 1 + 9 + 54 + 486 + 1458 + 6561 = 8569_{10}$$

$$2011321_4 = 1 \cdot 4^0 + 2 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^3 + 1 \cdot 4^4 + 0 \cdot 4^5 + 2 \cdot 4^6 = 1 + 8 + 48 + 64 + 256 + 8192 = 8569_{10}$$

$$233234_5 = 4 \cdot 5^0 + 3 \cdot 5^1 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^4 + 2 \cdot 5^5 = 4 + 15 + 50 + 375 + 1875 + 6250 = 8569_{10}$$

$$4B61_{12} = 1 \cdot 12^0 + 6 \cdot 12^1 + 11 \cdot 12^2 + 4 \cdot 12^3 = 1 + 72 + 1584 + 6912 = 8569_{10}$$

$$2179_{16} = 9 \cdot 16^0 + 7 \cdot 16^1 + 1 \cdot 16^2 + 2 \cdot 16^3 = 9 + 112 + 256 + 8192 = 8569_{10}$$

Úloha:

Zapíšte čísla 20113_6 , 237001_8 , $AB72_{12}$, $AECD_{16}$ v desiatkovej sústave.

Riešenie:

$$20113_6 = 3 \cdot 6^0 + 1 \cdot 6^1 + 1 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6^3 + 2 \cdot 6^4 = 3 + 6 + 36 + 2592 = 2637_{10}$$

$$237001_8 = 1 \cdot 8^0 + 0 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^4 + 2 \cdot 8^5 = 1 + 3584 + 12288 + 65536 = 81409_{10}$$

$$AB72_{12} = 2 \cdot 12^0 + 7 \cdot 12^1 + 11 \cdot 12^2 + 10 \cdot 12^3 = 2 + 84 + 1584 + 17280 = 18950_{10}$$

$$AECD_{16} = 13 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^3 = 13 + 192 + 3584 + 40960 = 44749_{10}$$

Teraz sa budeme venovať sčítaniu, odčítaniu a násobeniu dvoch prirodzených čísel v sústave so základom z . Sústreďme sa najmä na algoritmy výpočtu súčtu, rozdielu a súčinu a na podobnosť týchto algoritmov s desiatkovou sústavou. Vysvetlíme si tieto algoritmy v dvojkovej a päťkovej sústave. V ostatných sústavách budú algoritmy založené na podobných princípoch.

Najprv sa venujme sčítaniu dvoch čísel zapísaných v dvojkovej sústave.

Aby sme mohli sčítať dve prirodzené čísla vyjadrené v dvojkovej sústave, musíme poznať takzvané základné spoje sčítania, ktorými sú súčty všetkých dvojíc jednociferných čísel. Na rozdiel od desiatkovej sústavy sú iba štyri a sú uvedené v tabuľke.

+	0_2	1_2
0_2	0_2	1_2
1_2	1_2	10_2

Teraz si na konkrétnych príkladoch ukážeme sčítanie dvoch čísel v dvojkovej sústave. Budeme používať ten istý algoritmus ako v desiatkovej sústave, ale použijeme základné spoje sčítania pre dvojkovú sústavu.

+	0_2	1_2
0_2	0_2	1_2
1_2	1_2	10_2

Pripomeňme si, že písomný algoritmus sčítania spočíva v tom, že si sčítance zapíšeme pod sebou tak, aby jednotky toho istého rádu boli v rovnakom stĺpci. Potom postupne sčítame číslice nultého rádu, číslice prvého rádu, číslice druhého rádu, atď. Ak súčet číslic v niektorom ráde prekročí číslo 1_2 , číslicu vyjadrujúcu počet „desiatok“ presunieme do vyššieho rádu.

$$\begin{array}{r} 110011_2 \\ + 11010_2 \\ \hline 1001101_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 110011_2 \\ + 100111_2 \\ \hline 1011010_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10011_2 \\ + 1101_2 \\ \hline 100000_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1100_2 \\ + 11010_2 \\ \hline 100110_2 \end{array}$$

Teraz si na konkrétnych príkladoch ukážeme odčítanie dvoch čísel v dvojkovej sústave. Budeme používať ten istý algoritmus ako v desiatkovej sústave, ale použijeme základné spoje sčítania pre dvojkovú sústavu.

+	0_2	1_2
0_2	0_2	1_2
1_2	1_2	10_2

Pripomeňme si, že písomný algoritmus odčítania spočíva v tom, že si menšeneц a menšiteľ zapíšeme pod sebou tak, aby jednotky toho istého rádu boli v rovnakom stĺpci. Potom postupne odčítame číslice nultého rádu, číslice prvého rádu, číslice druhého rádu, atď. Ak cifra i -teho rádu menšence je menšia ako cifra i -teho rádu menšiteľa, potom formálne zväčšíme počet jednotiek i -teho rádu v menšenci o 10_2 . Aby sa však rozdiel nezmenil, musíme menšiteľa zväčšiť o jednu jednotku $i+1$ -ého rádu.

$$\begin{array}{r} 110011_2 \\ - 11010_2 \\ \hline 11001_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 111011_2 \\ - 111_2 \\ \hline 110100_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10011_2 \\ - 1101_2 \\ \hline 110_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11100_2 \\ - 110_2 \\ \hline 10110_2 \end{array}$$

Teraz si na konkrétnych príkladoch ukážeme násobenie dvoch čísel v dvojkovej sústave. Budeme používať ten istý algoritmus ako v desiatkovej sústave, ale použijeme základné spoje násobenia pre dvojkovú sústavu. Našťastie sú iba štyri.

.	0_2	1_2
0_2	0_2	1_2
1_2	1_2	10_2

Pripomeňme si, že písomný algoritmus násobenia spočíva v tom, že si činitele zapíšeme pod sebou tak, aby jednotky toho istého rádu boli v rovnakom stĺpci. Potom postupne násobíme prvého činiteľa ciframi druhého činiteľa, pričom podpisovanie začíname na mieste cifry, ktorou násobíme. Napokon získané súčiny sčítame.

$\begin{array}{r} 10011_2 \\ \cdot 101_2 \\ \hline 10011_2 \\ 00000_2 \\ 10011_2 \\ \hline 1011111_2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1010_2 \\ \cdot 110_2 \\ \hline 0000_2 \\ 1010_2 \\ 1010_2 \\ \hline 111100_2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1001_2 \\ \cdot 111_2 \\ \hline 1001_2 \\ 1001_2 \\ 1001_2 \\ \hline 111111_2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1010_2 \\ \cdot 101_2 \\ \hline 1010_2 \\ 0000_2 \\ 1010_2 \\ \hline 110010_2 \end{array}$
---	--	--	--

Teraz si na konkrétnych príkladoch ukážeme sčítanie dvoch čísel v päťkovej sústave. Budeme používať ten istý algoritmus ako v dvojkovej a desiatkovej sústave, ale použijeme základné spoje sčítania pre päťkovú sústavu.

+	0_5	1_5	2_5	3_5	4_5
0_5	0_5	1_5	2_5	3_5	4_5
1_5	1_5	2_5	3_5	4_5	10_5
2_5	2_5	3_5	4_5	10_5	11_5
3_5	3_5	4_5	10_5	11_5	12_5
4_5	4_5	10_5	11_5	12_5	13_5

$\begin{array}{r} 23401_5 \\ 43020_5 \\ \hline 121421_5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1441_5 \\ 22301_5 \\ \hline 24242_5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 33200_5 \\ 22014_5 \\ \hline 110214_5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1100_5 \\ 22310_5 \\ \hline 23410_5 \end{array}$
--	--	--	--

Teraz si na konkrétnych príkladoch ukážeme odčítanie dvoch čísel v päťkovej sústave. Budeme používať ten istý algoritmus ako v dvojkovej a desiatkovej sústave, ale použijeme základné spoje sčítania pre päťkovú sústavu.

+	0_5	1_5	2_5	3_5	4_5
0_5	0_5	1_5	2_5	3_5	4_5
1_5	1_5	2_5	3_5	4_5	10_5
2_5	2_5	3_5	4_5	10_5	11_5
3_5	3_5	4_5	10_5	11_5	12_5
4_5	4_5	10_5	11_5	12_5	13_5

$\begin{array}{r} 123401_5 \\ - 43020_5 \\ \hline 30331_5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 331441_5 \\ - 22301_5 \\ \hline 304140_5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 33200_5 \\ - 2014_5 \\ \hline 31131_5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 431100_5 \\ - 2310_5 \\ \hline 423240_5 \end{array}$
--	---	--	--

Teraz si na konkrétnych príkladoch ukážeme násobenie dvoch čísel v päťkovej sústave. Budeme používať ten istý algoritmus ako v dvojkovej a desiatkovej sústave, ale použijeme základné spoje násobenia pre päťkovú sústavu. Je ich spolu 25.

$\cdot$	0_5	1_5	2_5	3_5	4_5
0_5	0_5	0_5	0_5	0_5	0_5
1_5	0_5	1_5	2_5	3_5	4_5
2_5	0_5	2_5	4_5	11_5	13_5
3_5	0_5	3_5	11_5	14_5	22_5
4_5	0_5	4_5	13_5	22_5	31_5

$$\begin{array}{r} 4321_5 \\ \cdot 123_5 \\ \hline 24013_5 \\ 14142_5 \\ 4321_5 \\ \hline 1203033_5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1310_5 \\ \cdot 103_5 \\ \hline 4430_5 \\ 0000_5 \\ 1310_5 \\ \hline 140430_5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3121_5 \\ \cdot 340_5 \\ \hline 0000_5 \\ 23034_5 \\ 14413_5 \\ \hline 2222140_5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 131_5 \\ \cdot 241_5 \\ \hline 131_5 \\ 1124_5 \\ 312_5 \\ \hline 43121_5 \end{array}$$

V predchádzajúcich príkladoch sme mali dané tabuľky pre základné spoje sčítania a násobenia. V nasledujúcich príkladoch si vysvetlíme, ako vznikli.

Vypočítajme $3_5 + 4_5$.

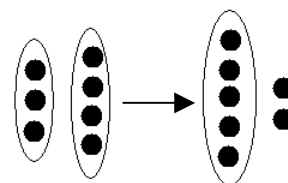
Zápis 3_5 vyjadruje tri objekty.

Zápis 4_5 vyjadruje štyri objekty.

Keď ich zlúčime, získame jednu päťicu objektov a ešte dva objekty.

Teda $3_5 + 4_5 = 12_5$.

Podobne si môžeme zakresliť aj ostatné súčty.



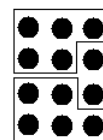
Teraz vypočítajme $3_5 \cdot 4_5$.

Zápis 3_5 vyjadruje tri objekty.

Zápis 4_5 vyjadruje štyri objekty.

Ich súčin si možno predstaviť ako skupinu objektov umiestnených do obdĺžnika s dĺžkou tri a šírkou štyri. Keď ich zlúčime, získame dve päťice objektov a ešte dva objekty. Teda $3_5 \cdot 4_5 = 22_5$.

Podobne si môžeme zakresliť aj ostatné súčiny.



Úloha:

Pomocou grafickej reprezentácie určte základné spoje sčítania a násobenia v sedmičkovej sústave pre $5_7 + 6_7$ a $4_7 \cdot 6_7$.

Riešenie:

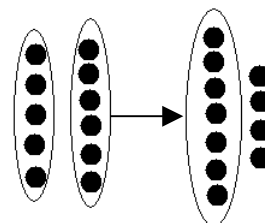
Vypočítajme $5_7 + 6_7$.

Zápis 5_7 vyjadruje päť objektov.

Zápis 6_7 vyjadruje šesť objektov.

Keď ich zlúčime, získame jednu sedmicu objektov a ešte štyri objekty.

Teda $5_7 + 6_7 = 14_7$.

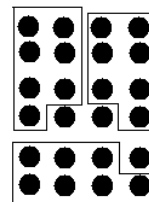


Teraz vypočítajme $4_7 \cdot 6_7$.

Zápis 4_7 vyjadruje štyri objekty.

Zápis 6_7 vyjadruje šesť objektov.

Ich súčin si možno predstaviť ako skupinu objektov umiestnených do obdĺžnika s dĺžkou štyri a šírkou šesť. Keď ich zlúčime, získame tri sedmice objektov a ešte tri objekty. Teda $4_7 \cdot 6_7 = 33_7$.



Úloha:

Zapíšte čísla 74_{10} a 45_{10} v päťkovej sústave. Potom v päťkovej sústave určte ich súčet, súčin a rozdiel a výsledky zapíšte v desiatkovej sústave.

Riešenie:

Najprv zapíšeme obe čísla v päťkovej sústave.

74	:5	45	:5
14	4 ▲	9	0 ▲
2	4	1	4
0	2	0	1

$$74_{10} = 244_5, 45_{10} = 140_5$$

Teraz určíme ich súčet, súčin a rozdiel.

244 ₅	244 ₅	244 ₅
+ 140 ₅	- 140 ₅	· 140 ₅
434 ₅	104 ₅	000 ₅
		2141 ₅
		244 ₅
		101310 ₅

Napokon zapíšeme čísla 434_5 , 104_5 a 101310_5 v desiatkovej sústave.

Úloha:

Zapíšte čísla 74_{10} a 45_{10} v päťkovej sústave. Potom v päťkovej sústave určte ich súčet, súčin a rozdiel a výsledky zapíšte v desiatkovej sústave.

Riešenie:

Napokon zapíšeme čísla 434_5 , 104_5 a 101310_5 v desiatkovej sústave.

$$434_5 = 4 \cdot 5^0 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^2 = 4 + 15 + 100 = 119_{10}$$

(všimnime si, že $74_{10} + 45_{10} = 119_{10}$)

$$104_5 = 4 \cdot 5^0 + 0 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^2 = 4 + 0 + 25 = 29_{10}$$

(všimnime si, že $74_{10} - 45_{10} = 29_{10}$)

$$101310_5 = 0 \cdot 5^0 + 1 \cdot 5^1 + 3 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^4 + 1 \cdot 5^5 = 0 + 5 + 75 + 125 + 0 + 3125 = 3330_{10}$$

(všimnime si, že $74_{10} \cdot 45_{10} = 3330_{10}$)

Úloha:

Zapíšte čísla 74_{10} a 45_{10} v dvojkovej sústave. Potom v dvojkovej sústave určte ich súčet, súčin a rozdiel a výsledky zapíšte v desiatkovej sústave.

Riešenie:

Najprv zapíšeme obe čísla v dvojkovej sústave.

74	:2	45	:2
37	0	22	1
18	1	11	0
9	0	5	1
4	1	2	1
2	0	1	0
1	0	0	1
0	1		

$$74_{10} = 1001010_2, 45_{10} = 101101_2$$

Úloha:

Zapíšte čísla 74_{10} a 45_{10} v dvojkovej sústave. Potom v dvojkovej sústave určte ich súčet, súčin a rozdiel a výsledky zapíšte v desiatkovej sústave.

Riešenie:

$$74_{10} = 1001010_2, 45_{10} = 101101_2$$

Teraz určíme ich súčet, súčin a rozdiel.

$$\begin{array}{r} 1001010_2 \\ + 101101_2 \\ \hline 1110111_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001010_2 \\ - 101101_2 \\ \hline 11101_5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1001010_2 \\ \cdot 101101_2 \\ \hline 1001010_2 \\ 0000000_2 \\ 1001010_2 \\ 1001010_2 \\ 0000000_2 \\ 1001010_2 \\ \hline 110100000010_2 \end{array}$$

Napokon zapíšeme čísla 1110111_2 , 11101_2 a 110100000010_2 v desiatkovej sústave.

Úloha:

Zapíšte čísla 74_{10} a 45_{10} v dvojkovej sústave. Potom v dvojkovej sústave určte ich súčet, súčin a rozdiel a výsledky zapíšte v desiatkovej sústave.

Riešenie:

Napokon zapíšeme čísla 1110111_2 , 11101_2 a 110100000010_2 v desiatkovej sústave.

$$1110111_2 = 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 = 1 + 2 + 4 + 0 + 16 + 32 + 64 = 119_{10}$$

(všimnime si, že $74_{10} + 45_{10} = 119_{10}$)

$$11101_2 = 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4 = 1 + 0 + 4 + 8 + 16 = 29_{10}$$

(všimnime si, že $74_{10} - 45_{10} = 29_{10}$)

$$110100000010_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^8 + 1 \cdot 2^{10} + 1 \cdot 2^{11} = 2 + 256 + 1024 + 2048 = 3330_{10}$$

(všimnime si, že $74_{10} \cdot 45_{10} = 3330_{10}$)

Hoci dvojková sústava má veľmi jednoduché základné spoje sčítania a násobenia (sú iba štyri, zatiaľ čo v desiatkovej sústave je ich 100), jej hlavnou nevýhodou oproti desiatkovej sústave je extrémne dlhý zápis i pomerne malých čísel. Preto je výhodná vo výpočtovej technike, avšak nie pre ľudí.