

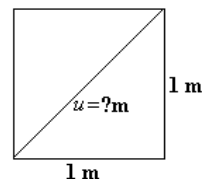
# Reálne čísla

V tejto kapitole si ukážeme, že množina racionálnych čísel nám nestačí na to, aby sme vyjadrili veličiny a hodnoty, s ktorými sa v reálnom živote stretávame. Preto ju potrebujeme vhodne rozšíriť. Takýmto vhodným rozšírením je napríklad množina reálnych čísel.

Po skúsenostiach z predchádzajúcich kapitol čitateľ určite čaká, že si aj množinu reálnych čísel matematicky zdefinujeme, že na nej zdefinujeme operácie sčítania a násobenia a usporiadanie. Nakoľko však takýto postup je teoreticky pomerne náročný a presahuje rámec týchto učebných textov, uspokojíme sa s náčrtom, ako sa rôznymi spôsobmi v matematike množina reálnych čísel buduje. Presný postup, definície, vety a dôkazy uvádzať nebudeme.

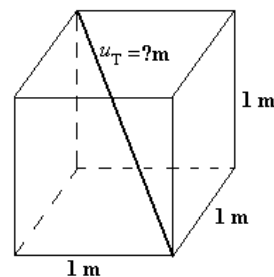
## Prečo nám racionálne čísla nestačia?

V živote sa s útvarmi tvaru štvorca bežne stretávame. Predstavme si štvorec, ktorého dĺžka strany je jeden meter. Aká je dĺžka jeho uhlopriečky? Z Pytagorovej vety vieme, že  $u^2 = 1^2 + 1^2$ . Z toho ďalej vypočítame, že  $u^2 = 1 + 1 = 2$ . Na strednej škole sme zvykli napísať, že



$u = \sqrt{2}$ . Teda dĺžka uhlopriečky je  $\sqrt{2}$  metrov. Ale aké číslo vyjadruje  $\sqrt{2}$ ? V kapitole o racionálnych číslach sme si ukázali, že číslo  $\sqrt{2}$  nie je racionálne. Teda ak by sme mali k dispozícii iba množinu racionálnych čísel, potom také číslo, ktoré by vyjadrovalo dĺžku uhlopriečky tohto štvorca, neexistuje, a teda dĺžka uhlopriečky by sa nedala vyjadriť.

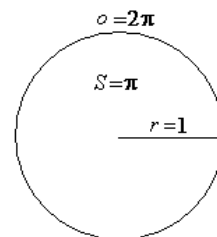
Toto však nie je jediný príklad. V živote sa taktiež stretávame aj s útvarmi tvaru kocky. Predstavme si kocku, ktorej dĺžka strany je jeden meter. Aká je dĺžka jej telesovej uhlopriečky? Z Pytagorovej vety vieme, že  $u_T^2 = 1^2 + 1^2 + 1^2$ . Z toho ďalej vypočítame, že  $u_T^2 = 1 + 1 + 1 = 3$ . Na strednej škole sme zvykli napísať, že  $u = \sqrt{3}$ .



Teda dĺžka telesovej uhlopriečky tejto kocky je  $\sqrt{3}$  metrov. Ale aké číslo vyjadruje  $\sqrt{3}$ ? Podobne ako číslo  $\sqrt{2}$ , ani číslo  $\sqrt{3}$  nie je racionálne. Teda ak by sme mali k dispozícii iba množinu racionálnych čísel, potom také číslo, ktoré by vyjadrovalo dĺžku

telesovej uhlopriečky tejto kocky, neexistuje, a teda dĺžka tejto uhlopriečky by sa nedala vyjadriť.

Čitateľ si iste spomína na číslo  $\pi$ . Vystupuje vo vzorcoch s kružnicou, kruhom, kockou. Napríklad obvod kružnice s polomerom jeden meter je  $2\pi$  metrov, obsah kruhu s polomerom jeden meter je  $\pi$  metrov štvorcových, povrch gule s polomerom jeden meter je  $4\pi$  metrov štvorcových, objem gule s polomerom jeden meter je  $\frac{4\pi}{3}$



metro kubických. Ani jedno zo spomenutých štyroch čísel však nie je racionálne. Teda ak by sme mali k dispozícii iba množinu racionálnych čísel, potom by sme nevedeli vyjadriť dĺžku kružnice s polomerom jeden meter, obsah kruhu s polomerom jeden meter, ani povrch a objem gule s polomerom jeden meter. Mnohí síce máme v mysli spojené číslo  $\pi$  s hodnotou 3,14 alebo  $\frac{22}{7}$ , vieme však, že tieto hodnoty sú iba približné a nevyjadrujú presne číslo  $\pi$ .