

Pozičné číselné sústavy

V histórii ľudstva sa vyskytlo množstvo spôsobov, ako možno zapisovať prirodzené čísla. Vyjadrenie prirodzených čísel v desiatkovej pozičnej číselnej sústave je založené na tvrdení, ktoré si uvedieme bez dôkazu.

Každé prirodzené číslo a môžeme jednoznačne vyjadriť v tvare
$a = a_0 \cdot 10^0 + a_1 \cdot 10^1 + a_2 \cdot 10^2 + a_3 \cdot 10^3 + \dots + a_n \cdot 10^n$, pričom n je prirodzené číslo,
$a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ a $a_n \neq 0$.

Čísla $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ nazývame číslice alebo cifry čísla a . Číslo zapisujeme v desiatkovej sústave tak, že uvedieme číslice $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ za sebou sprava doľava. Teda napríklad $3567 = 3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$.

Číslicu a_0 nazývame číslicou nultého rádu alebo číslicou rádu jednotiek.

Číslicu a_1 nazývame číslicou prvého rádu alebo číslicou rádu desiatok.

Číslicu a_2 nazývame číslicou druhého rádu alebo číslicou rádu stoviek.

Číslicu a_3 nazývame číslicou tretieho rádu alebo číslicou rádu tisícok.

Teda zápis 3567 vyjadruje číslo, ktoré má 3 tisícky, 5 stoviek, 6 desiatok a 7 jednotiek.

Výhodou zápisu čísel v desiatkovej sústave je pomerne malý počet rôznych cifier, relatívne krátky zápis takých prirodzených čísel, s ktorými sa v bežnom živote stretávame a jednoduchosť algoritmov pre porovnávanie, sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie prirodzených čísel.

Používanie desiatkovej pozičnej číselnej sústavy nebolo v minulosti až také samozrejmé, ako je tomu dnes. Preto si ukážeme aj zápis čísel v pozičných sústavách s iným základom, ako je 10. Pre ľubovoľný základ z pozičnej číselnej sústavy platí analogické tvrdenie ako pre základ 10. Uvedieme si ho bez dôkazu.

Každé prirodzené číslo a môžeme jednoznačne vyjadriť v tvare $a = a_0 \cdot z^0 + a_1 \cdot z^1 + a_2 \cdot z^2 + a_3 \cdot z^3 + \dots + a_n \cdot z^n$, pričom n je prirodzené číslo, z je prirodzené číslo väčšie ako 1 a $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ sú celé nezáporné čísla menšie ako z , pričom $a_n \neq 0$.

Aj v tomto prípade čísla $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ nazývame číslice alebo cifry čísla a . Číslo zapisujeme v sústave so základom z tak, že uvedieme číslice $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ za sebou sprava doľava a v dolnom indexe za číslom uvedieme základ sústavy z .

Ak $z = 2$, hovoríme o dvojkovej sústave a používame číslice 0, 1.

Ak $z = 3$, hovoríme o trojkovej sústave a používame číslice 0, 1, 2.

Ak $z = 4$, hovoríme o štvorkovej sústave a používame číslice 0, 1, 2, 3.

Ak $z = 12$, hovoríme o dvanástkovej sústave a používame číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B.

Ak $z = 16$, hovoríme o šestnástkovej sústave a používame číslice 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F.

Úloha: Zapišme číslo 8 569 v trojkovej a päťkovej sústave.

8569	:3
2856	1
952	0
317	1
105	2
35	0
11	2
3	2
1	0
0	1

8569	:5
1713	4
342	3
68	2
13	3
2	3
0	2

$$8569_{10} = 102202101_3, 8569_{10} = 233234_5$$

Úloha: Zapišme čísla 20113_6 , 237001_8 , $AB72_{12}$, $AECD_{16}$ v desiatkovej sústave.

$$20113_6 = 3 \cdot 6^0 + 1 \cdot 6^1 + 1 \cdot 6^2 + 0 \cdot 6^3 + 2 \cdot 6^4 = 3 + 6 + 36 + 2592 = 2637_{10}$$

$$237001_8 = 1 \cdot 8^0 + 0 \cdot 8^1 + 0 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^3 + 3 \cdot 8^4 + 2 \cdot 8^5 = 1 + 3584 + 12288 + 65536 = 81409_{10}$$

$$AB72_{12} = 2 \cdot 12^0 + 7 \cdot 12^1 + 11 \cdot 12^2 + 10 \cdot 12^3 = 2 + 84 + 1584 + 17280 = 18950_{10}$$

$$AECD_{16} = 13 \cdot 16^0 + 12 \cdot 16^1 + 14 \cdot 16^2 + 10 \cdot 16^3 = 13 + 192 + 3584 + 40960 = 44749_{10}$$