

Lineárne rovnice s členom typu $ax + b$ v absolútnej hodnote

Riešenie rovníc si vysvetlíme na úlohách.

1. Riešme rovnicu $|3x + 7| = 4$.

Najskôr „odstránime z rovnice“ absolútnu hodnotu. Podľa definície absolútnej hodnoty sa absolútna hodnota kladného čísla rovná jemu samému a absolútna hodnota záporného čísla sa rovná „hodnote tohto čísla bez znamienka“. Teda musíme zistiť, kedy je $3x + 7$ kladné a kedy záporné.

a) prípad, keď $3x + 7 \geq 0$

Najprv upravíme podmienku $3x + 7 \geq 0$.

$$3x + 7 \geq 0$$

$$3x \geq -7$$

$$x \geq -\frac{7}{3}$$

Pretože $3x + 7 \geq 0$, bude $|3x + 7| = 3x + 7$, a teda riešime rovnicu $3x + 7 = 4$.

$$3x + 7 = 4$$

$$3x = -3$$

$$x = -1$$

Teraz musíme zistiť, či riešenie vyhovuje podmienke $x \geq -\frac{7}{3}$, teda či $-1 \geq -\frac{7}{3}$. Pretože to platí, prvým koreňom rovnice je číslo -1 .

b) prípad, keď $3x + 7 < 0$

Najprv upravíme podmienku $3x + 7 < 0$.

$$3x + 7 < 0$$

$$3x < -7$$

$$x < -\frac{7}{3}$$

Pretože $3x + 7 < 0$, bude $|3x + 7| = -(3x + 7)$, a teda riešime rovnicu $-(3x + 7) = 4$.

$$-(3x + 7) = 4$$

$$-3x - 7 = 4$$

$$-3x = 11$$

$$x = -\frac{11}{3}$$

Teraz musíme zistiť, či riešenie vyhovuje podmienke $x < -\frac{7}{3}$, teda či $-\frac{11}{3} < -\frac{7}{3}$. Pretože to platí, druhým koreňom rovnice je číslo $-\frac{11}{3}$.

c) Záver: Rovnica má dva korene, teda $K = \left\{-1; -\frac{11}{3}\right\}$.

2. Riešme rovnicu $|7 - 4x| - 2x + 5 = 0$.

Najskôr „odstránime z rovnice“ absolútnu hodnotu. Podľa definície absolútnej hodnoty sa absolútna hodnota kladného čísla rovná jemu samému a absolútna hodnota záporného čísla sa rovná „hodnote tohto čísla bez znamienka“. Teda musíme zistiť, kedy je $7 - 4x$ kladné a kedy záporné.

a) prípad, keď $7 - 4x \geq 0$

Najprv upravíme podmienku $7 - 4x \geq 0$.

$$7 - 4x \geq 0$$

$$-4x \geq -7$$

$$x \leq \frac{7}{4}$$

Pretože $7 - 4x \geq 0$, bude $|7 - 4x| = 7 - 4x$, a teda riešime rovnicu $7 - 4x - 2x + 5 = 0$.

$$7 - 4x - 2x + 5 = 0$$

$$-6x + 12 = 0$$

$$-6x = -12$$

$$x = 2$$

Teraz musíme zistiť, či riešenie vyhovuje podmienke $x \leq \frac{7}{4}$, teda či $2 \leq \frac{7}{4}$. Pretože to neplatí,

číslo 2 nie je koreňom rovnice $|7 - 4x| - 2x + 5 = 0$.

b) prípad, keď $7 - 4x < 0$

Najprv upravíme podmienku $7 - 4x < 0$.

$$7 - 4x < 0$$

$$-4x < -7$$

$$x > \frac{7}{4}$$

Pretože $7 - 4x < 0$, bude $|7 - 4x| = -(7 - 4x)$, a teda riešime rovnicu $-(7 - 4x) - 2x + 5 = 0$.

$$-(7-4x)-2x+5=0$$

$$-7+4x-2x+5=0$$

$$2x-2=0$$

$$2x=2$$

$$x=1$$

Teraz musíme zistiť, či riešenie vyhovuje podmienke $x > \frac{7}{4}$, teda či $1 > \frac{7}{4}$. Pretože to neplatí,

číslo 1 nie je koreňom rovnice $|7-4x|-2x+5=0$.

c) Záver: Rovnica nemá žiadne riešenie, teda $K = \{ \}$.