

Ako by vyzerali „desatinné“ zlomky?

Začneme definíciou „desatinného“ zlomku v pozičnej číselnej sústave so základom z . Všimnime si jej analógiu s definíciou desatinného zlomku v desiatkovej pozičnej číselnej sústave (zrejme jediným rozdielom je, že miesto čísla 10 je použitá premenná z).

Desatinným zlomkom v pozičnej číselnej sústave so základom z nazývame racionálne číslo tvaru $\frac{a}{z^n}$, kde a je celé číslo, n je prirodzené číslo a z je prirodzené číslo väčšie ako 1.

Desatinný zlomok $\frac{a}{z^n}$ má n desatinných miest.

Teda „desatinné“ zlomky v pozičnej číselnej sústave so základom 2 by mali menovatele 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, ...

Podobne, „desatinné“ zlomky v pozičnej číselnej sústave so základom 3 by mali menovatele 3, 9, 27, 81, 243, 729, ...

„Desatinné“ zlomky v pozičnej číselnej sústave so základom 5 by mali menovatele 5, 25, 125, 625, 3 125, ...

„Desatinné“ zlomky v pozičnej číselnej sústave so základom 20 by mali menovatele 20, 400, 8 000, 160 000, 3 200 000, ...

Pre desatinné zlomky v pozičnej číselnej sústave so základom z platí nasledujúce tvrdenie, ktoré nebudeme dokazovať. Podobné tvrdenie sme už mali v desiatkovej číselnej sústave.

Každý kladný desatinný zlomok $\frac{a}{z^n}$ môžeme zapísať v tvare $\frac{a}{z^n} = c + \frac{c_1}{z^1} + \frac{c_2}{z^2} + \frac{c_3}{z^3} + \dots + \frac{c_n}{z^n}$, kde c je nezáporné celé číslo, z je prirodzené číslo väčšie ako 1 a $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ sú celé čísla od 0 po $z-1$ (teda cifry sústavy so základom z).

Každý záporný desatinný zlomok $\frac{a}{z^n}$ môžeme zapísať v tvare

$\frac{a}{z^n} = -c - \frac{c_1}{z^1} - \frac{c_2}{z^2} - \frac{c_3}{z^3} - \dots - \frac{c_n}{z^n}$, kde c je nezáporné celé číslo, z je prirodzené číslo väčšie ako 1 a $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ sú celé čísla od 0 po $z-1$ (teda cifry sústavy so základom z).

Toto tvrdenie si teraz ilustrujme na príkladoch pre pozičnú číselnú sústavu so základom 2 a 5.

$$\frac{13}{2} = \frac{12+1}{2} = \frac{12}{2} + \frac{1}{2} = 6 + \frac{1}{2}$$

$$\frac{15}{4} = \frac{12+2+1}{4} = \frac{12}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 3 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$\frac{35}{8} = \frac{32+0+2+1}{8} = \frac{32}{8} + \frac{0}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = 4 + \frac{0}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$-\frac{35}{8} = \frac{-32-0-2-1}{8} = \frac{-32}{8} - \frac{0}{8} - \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = -4 - \frac{0}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{13}{5} = \frac{10+3}{5} = \frac{10}{5} + \frac{3}{5} = 2 + \frac{3}{5}$$

$$\frac{67}{25} = \frac{50+15+2}{25} = \frac{50}{25} + \frac{15}{25} + \frac{2}{25} = 2 + \frac{3}{5} + \frac{2}{25}$$

$$\frac{353}{125} = \frac{250+100+0+3}{125} = \frac{250}{125} + \frac{100}{125} + \frac{0}{125} + \frac{3}{125} = 2 + \frac{4}{5} + \frac{0}{25} + \frac{3}{125}$$

$$-\frac{353}{125} = \frac{-250-100-0-3}{125} = \frac{-250}{125} - \frac{100}{125} - \frac{0}{125} - \frac{3}{125} = -2 - \frac{4}{5} - \frac{0}{25} - \frac{3}{125}$$