

Definícia a základné vlastnosti absolútnej hodnoty

Nech a je reálne číslo. Absolútnu hodnotu čísla a označujeme $|a|$ a definujeme ju nasledovne:

Ak $a \geq 0$, potom $|a| = a$.

Ak $a < 0$, potom $|a| = -a$.

Teda $|3| = 3, |117| = 117, |36| = 36, |0| = 0, |-3| = 3, |-117| = 117, |-36| = 36, \dots$ Voľne povedané, absolútna hodnota kladného reálneho čísla sa rovná jemu samému a absolútna hodnota záporného čísla sa rovná „hodnote tohto čísla bez znamienka“.

Pre absolútnu hodnotu platia nasledujúce vzťahy.

Nech a a b sú reálne čísla. Potom:

1. $|a| \geq 0$,
2. $(|a|)^2 = a^2$,
3. $|-a| = |a|$,
4. $|a| \geq a$,
5. $|a + b| \leq |a| + |b|$,
6. $|a - b| \geq |a| - |b|$,
7. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$,
8. $|a - b| = |b - a|$.

Platnosť týchto vzťahov nebudeme dokazovať, ale si ich ukážeme na konkrétnych príkladoch.

- | | | |
|-----------------------------------|---|------------------------------------|
| 1. $ 3 \geq 0$, lebo $3 \geq 0$ | a | $ -3 \geq 0$, lebo $3 \geq 0$ |
| 2. $(3)^2 = 3^2$, lebo $9 = 9$ | a | $(-3)^2 = (-3)^2$, lebo $9 = 9$ |
| 3. $ -3 = 3 $, lebo $3 = 3$ | a | $-(-3) = -3 $, lebo $3 = 3$ |
| 4. $ 3 \geq 3$, lebo $3 \geq 3$ | a | $ -3 \geq -3$, lebo $3 \geq -3$ |

5. $|3+7| \leq |3|+|7|$, lebo $10 \leq 3+7$ a $|3+(-7)| \leq |3|+|-7|$, lebo $4 \leq 3+7$

6. $|3-7| \geq |3|-|7|$, lebo $4 \geq 3-7$ a $|7-3| \geq |7|-|3|$, lebo $4 \geq 7-3$

7. $|3 \cdot 7| = |3| \cdot |7|$, lebo $21 = 3 \cdot 7$ a $|3 \cdot (-7)| = |3| \cdot |-7|$, lebo $21 = 3 \cdot 7$

8. $|7-3| = |3-7|$, lebo $4 = 4$