

6. Vlastnosti binárnych relácií

V tejto časti sa budeme venovať šiestim vlastnostiam binárnych relácií. Najprv si uvedieme ich definíciu.

Reláciu R definovanú v množine M nazývame:

a) reflexívnou, ak $\forall x \in M : [x, x] \in R$;

b) antireflexívnou, ak $\forall x \in M : [x, x] \notin R$;

c) symetrickou, ak $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$;

d) antisymetrickou, ak $\forall x, y \in M : x \neq y \wedge [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \notin R$;

e) tranzitívnou, ak $\forall x, y, z \in M : [x, y] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow [x, z] \in R$;

f) súvislou, ak $\forall x, y \in M : x \neq y \Rightarrow [x, y] \in R \vee [y, x] \in R$.

Poznamenajme, že v matematike sa často zaoberáme aj ďalšími vlastnosťami binárnych relácií.

Reflexívnosť

Reláciu R definovanú v množine M nazývame reflexívnou, ak $\forall x \in M : [x, x] \in R$ (čítame: ak pre každý prvok x z množiny M platí, že x je v relácii s x , teda sám so sebou). Vysvetlime si teraz túto definíciu na konkrétnych príkladoch.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a relácia $R = \{[1, 1], [1, 2], [1, 3], [1, 4], [2, 2], [2, 3], [2, 4], [3, 4]\}$.

Aby relácia R bola reflexívna, muselo by podľa definície reflexívnej relácie platiť:

$\forall x \in M : [x, x] \in R$. Množina M obsahuje 4 prvky: 1, 2, 3, 4. Preto relácia R by v prípade, že by bola reflexívna, musela obsahovať tieto štyri usporiadané dvojice: $[1, 1], [2, 2], [3, 3], [4, 4]$.

Relácia R však obsahuje iba dve z nich: $[1, 1], [2, 2]$. Preto relácia R nie je reflexívna.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ a relácia $R = \{[x, y] \in M \times M : x | y\}$.

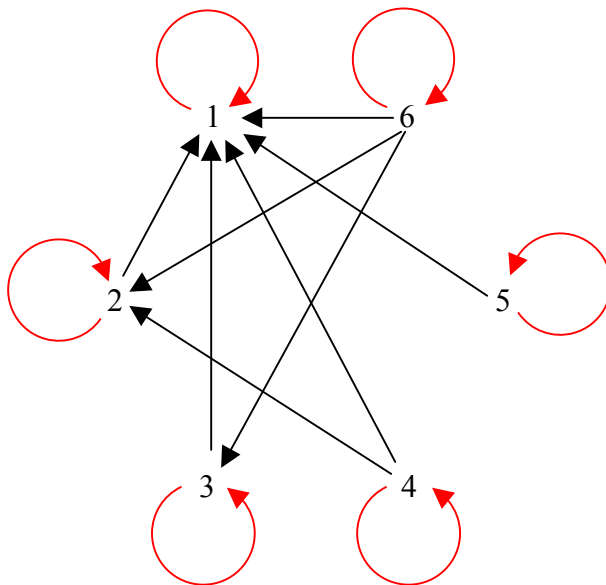
Aby relácia R bola reflexívna, muselo by podľa definície reflexívnej relácie platiť: $\forall x \in M : [x, x] \in R$. Do vzťahu $x | y$ teda dosadíme za x aj za y premennú x , čím dostaneme výrokovú formu $x | x$. Ak by sme do tejto formy postupne dosádzali za x všetky prvky množiny M , získali by sme výroky $1 | 1, 2 | 2, 3 | 3, \dots, 100 | 100$. Pretože všetky tieto výroky sú pravdivé, platí $\forall x \in M : x | x$, teda aj $\forall x \in M : [x, x] \in R$. Podľa definície relácia R je reflexívna.

Teraz si všimneme, ako sa reflexívnosť relácie prejavuje na jej vrcholovom grafe.

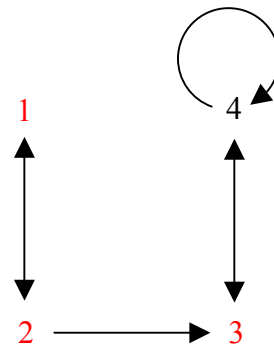
Predpokladajme, že je daná množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a relácia R v množine M , ktorá je reflexívna. Podľa definície musí platiť: $\forall x \in M : [x, x] \in R$. Množina M obsahuje 4 prvky: 1, 2, 3, 4. Relácia R preto musí obsahovať tieto štyri usporiadané dvojice: $[1, 1], [2, 2], [3, 3], [4, 4]$. Samozrejme, relácia R môže obsahovať ešte aj iné usporiadané dvojice. Ako bude teda vyzerat' vrcholový graf relácie R ? Pretože relácia R obsahuje usporiadané dvojice $[1, 1], [2, 2], [3, 3], [4, 4]$, jej vrcholový graf má pri každom vrchole slučku.

Zovšeobecnenie: Vrcholový graf reflexívnej relácie má pri každom vrchole slučku.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Nakoľko vrcholový graf obsahuje pri každom vrchole slučku, relácia R je reflexívna.



Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Pretože vrcholový graf neobsahuje slučky pri vrchoch 1, 2, 3, relácia R nie je reflexívna.



Teraz sa venujme reflexívnosti doplnkovej a inverznej relácie. Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M , ktorá je reflexívna. Ako už vieme, vrcholový graf reflexívnej relácie R obsahuje pri každom vrchole slučku. Potom aj vrcholový graf inverznej relácie k relácii R obsahuje pri každom vrchole slučku. Platí: **Inverzná relácia k reflexívnej relácii je opäť reflexívna.** Naopak, vrcholový graf doplnkovej relácie k relácii R neobsahuje slučku pri žiadnom vrchole. Preto platí: **Doplnková relácia k reflexívnej relácii nie je reflexívna.**

Antireflexívnosť

Reláciu R definovanú v množine M nazývame antireflexívnou, ak $\forall x \in M : [x, x] \notin R$ (čítame: ak pre každý prvok x z množiny M platí, že x nie je v relácii s x , teda sám so sebou). Vysvetlime si teraz túto definíciu na konkrétnych príkladoch.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a relácia $R = \{[1, 1], [1, 2], [1, 3], [1, 4], [2, 2], [2, 3], [2, 4], [3, 4]\}$.

Aby relácia R bola antireflexívna, muselo by podľa definície antireflexívnej relácie platiť: $\forall x \in M : [x, x] \notin R$. Množina M obsahuje 4 prvky: 1, 2, 3, 4. Preto relácia R by v prípade, že by bola antireflexívna, nesmela obsahovať ani jednu z týchto štyroch usporiadaných dvojíc: $[1, 1], [2, 2], [3, 3], [4, 4]$. Relácia R však obsahuje dve z nich: $[1, 1], [2, 2]$. Preto relácia R nie je antireflexívna.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ a relácia $R = \{[x, y] \in M \times M : x = 2y\}$.

Aby relácia R bola antireflexívna, muselo by podľa definície antireflexívnej relácie platiť: $\forall x \in M : [x, x] \notin R$. Do vzťahu $x = 2y$ teda dosadíme za x aj za y premennú x , čím dostaneme výrokovú formu $x = 2x$. Ak by sme do tejto formy postupne dosádzali za x všetky prvky množiny M , získali by sme výroky $1 = 2, 2 = 4, 3 = 6, \dots, 100 = 200$. Pretože ani jeden

z týchto výrokov nie je pravdivý, platí $\forall x \in M : x \neq 2x$, teda aj $\forall x \in M : [x, x] \notin R$. Podľa definície relácia R je antireflexívna.

Nech množina $M = \{0, 1, 2, 3, \dots, 100\}$ a relácia $R = \{[x, y] \in M \times M : x = 2y\}$.

Aby relácia R bola antireflexívna, muselo by podľa definície antireflexívnej relácie platiť: $\forall x \in M : [x, x] \notin R$. Do vzťahu $x = 2y$ teda dosadíme za x aj za y premennú x , čím dostaneme výrokovú formu $x = 2x$. Ak by sme do tejto formy postupne dosádzali za x všetky prvky množiny M , získali by sme výroky $0 = 0$, $1 = 2$, $2 = 4$, $3 = 6$, ..., $100 = 200$. Nakoľko prvý výrok je pravdivý, platí $[0, 0] \in R$, čo je v spore s definíciou ($\forall x \in M : [x, x] \notin R$). Preto relácia R nie je antireflexívna.

Teraz si všimneme, ako sa antireflexívnosť relácie prejavuje na jej vrcholovom grafe.

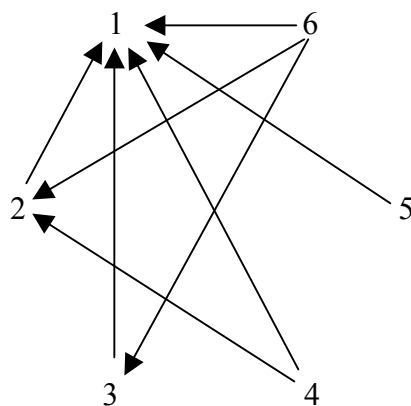
Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a nech relácia R v množine M je antireflexívna. Podľa definície musí platiť: $\forall x \in M : [x, x] \notin R$. Množina M obsahuje 4 prvky: 1, 2, 3, 4. Relácia R preto nesmie obsahovať ani jednu z nasledujúcich štyroch usporiadaných dvojíc: $[1, 1], [2, 2], [3, 3], [4, 4]$. Ako bude teda vyzeráť vrcholový graf relácie R ? Pretože relácia R neobsahuje usporiadané dvojice $[1, 1], [2, 2], [3, 3], [4, 4]$, jej vrcholový graf neobsahuje ani jednu slučku.

Zovšeobecnenie: Vrcholový graf antireflexívnej relácie neobsahuje ani jednu slučku.

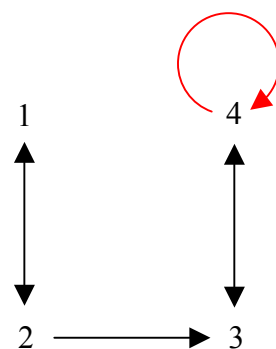
Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ a binárna relácia R je

určená jej vrcholovým grafom.

Nakoľko vrcholový graf neobsahuje ani jednu slučku, relácia R je antireflexívna.



Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Pretože vrcholový graf obsahuje slučku pri vrchole 4, relácia R nie je antireflexívna.



Teraz sa venujme antireflexívnosti doplnkovej a inverznej relácie. Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M , ktorá je antireflexívna. Ako už vieme, vrcholový graf antireflexívnej relácie R neobsahuje ani jednu slučku. Potom ani vrcholový graf inverznej relácie k relácii R neobsahuje ani jednu slučku. Platí: **Inverzná relácia k antireflexívnej relácii je opäť antireflexívna.** Naopak, vrcholový graf doplnkovej relácie k relácii R má pri každom vrchole slučku. Preto platí: **Doplnková relácia k antireflexívnej relácii nie je antireflexívna.**

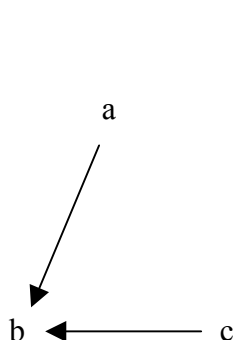
Navyše platí:

Doplnková relácia k antireflexívnej relácii je reflexívna.

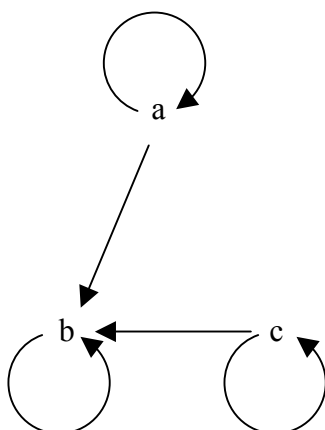
Doplnková relácia k reflexívnej relácii je antireflexívna.

Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M jej vrcholovým grafom. Potom môžu nastať tri možnosti:

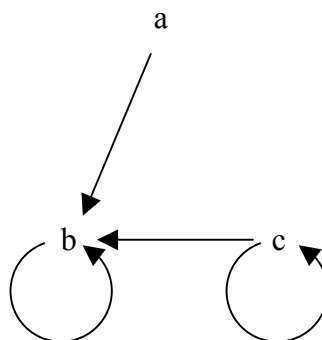
1. vrcholový graf neobsahuje ani jednu slučku,
2. vrcholový graf obsahuje slučku pri každom vrchole,
3. vrcholový graf obsahuje slučku iba pri niektorých vrcholoch a pri iných nie.



1.



2.



3.

V prvom prípade platí, že relácia R je antireflexívna,
 v druhom prípade platí, že relácia R je reflexívna,
 v treťom prípade platí, že relácia R nie je ani reflexívna, ani antireflexívna.

Záver:

Ak relácia nie je reflexívna, ešte to nemusí znamenať, že je antireflexívna.

Ak relácia nie je antireflexívna, ešte to nemusí znamenať, že je reflexívna.

Symetrickosť

Reláciu R definovanú v množine M nazývame symetrickou, ak
 $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$ (čítame: ak pre každú dvojicu prvkov x, y z množiny M
 platí, že ak x je v relácii s y , potom aj y je v relácii s x). Vysvetlime si teraz túto definíciu na
 konkrétnych príkladoch.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a relácia $R = \{[1, 1], [1, 2], [1, 3], [1, 4], [2, 2], [2, 3], [2, 4], [3, 4]\}$.

Aby relácia R bola symetrická, muselo by podľa definície symetrickej relácie platiť:
 $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$. Relácia R obsahuje napríklad usporiadanú dvojicu $[1, 2]$,
 preto by musela obsahovať aj usporiadanú dvojicu $[2, 1]$. Túto dvojicu však neobsahuje. Preto
 relácia R nie je symetrická.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ a relácia $R = \{[x, y] \in M \times M : x + y = 100\}$.

Aby relácia R bola symetrická, muselo by podľa definície symetrickej relácie platiť:
 $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$. Dosadíme miesto vzťahu $[x, y] \in R$ vzťah $x + y = 100$,
 resp. miesto vzťahu $[y, x] \in R$ vzťah $y + x = 100$. Dostaneme výrokovú formu
 $\forall x, y \in M : x + y = 100 \Rightarrow y + x = 100$, ktorá je zrejme pravdivá bez ohľadu na hodnoty
 premenných x, y , nakoľko sčítanie v obore celých čísel je komutatívne. Podľa definície relácia
 R je symetrická.

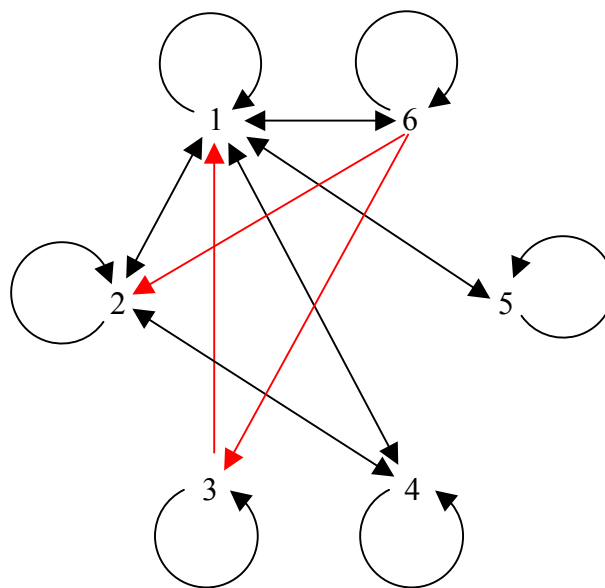
Teraz si všimneme, ako sa symetrickosť relácie prejavuje na jej vrcholovom grafe.

Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M , ktorá je
 symetrická. Podľa definície musí platiť: $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$. Skutočnosť, že
 $[x, y] \in R$, sa vo vrcholovom grafe prejaví šípkou smerujúcou od vrcholu x do vrcholu y ,

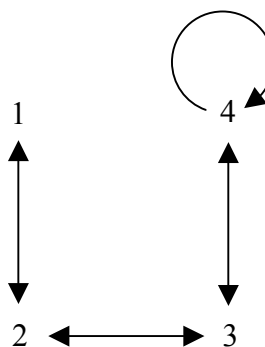
skutočnosť, že $[y, x] \in R$, sa vo vrcholovom grafe prejaví šípkou smerujúcou od vrcholu y do vrcholu x . Ako bude teda vyzerat' vrcholový graf relácie R ? V prípade, že tento graf bude obsahovať šíпку z x do y , potom bude obsahovať aj šíпку z y do x . Všetky šípky okrem slučiek teda budú obojsmerné.

Zovšeobecnenie: **Vrcholový graf symetrickej relácie neobsahuje jednosmerné šípky.**

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Nakoľko vrcholový graf obsahuje jednosmerné šípky, relácia R nie je symetrická.



Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Pretože vrcholový graf neobsahuje jednosmerné šípky, relácia R je symetrická.



Teraz sa venujme symetrickosti doplnkovej a inverznej relácie. Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M , ktorá je symetrická. Ako už vieme, vrcholový graf symetrickej relácie R neobsahuje jednosmerné šípky. Potom ani vrcholový graf inverznej relácie k relácii R neobsahuje jednosmerné šípky, lebo ten vznikne tak, že jednosmerné šípky (ktoré tam nie sú!) otočíme. Platí: **Inverzná relácia k symetrickej relácii je opäť symetrická.**

Rovnako ani vrcholový graf doplnkovej relácie R neobsahuje jednosmerné šípky. Preto platí: **Doplnková relácia k symetrickej relácii je symetrická.**

Antisymetrickosť

Reláciu R definovanú v množine M nazývame antisymetrickou, ak $\forall x, y \in M : x \neq y \wedge [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \notin R$ (čítame: ak pre každú dvojicu prvkov x, y z množiny M platí, že ak x je rôzne od y a x je v relácii s y , potom y nie je v relácii s x). Vysvetlime si teraz túto definíciu na konkrétnych príkladoch.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a relácia $R = \{[1, 1], [1, 2], [1, 3], [1, 4], [2, 1], [2, 3], [2, 4], [3, 4]\}$.

Aby relácia R bola antisymetrická, muselo by podľa definície antisymetrickej relácie platiť: $\forall x, y \in M : x \neq y \wedge [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \notin R$. Relácia R však obsahuje aj usporiadanú dvojicu $[1, 2]$, aj usporiadanú dvojicu $[2, 1]$. Preto relácia R nie je antisymetrická.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ a relácia $R = \{[x, y] \in M \times M : x < y\}$.

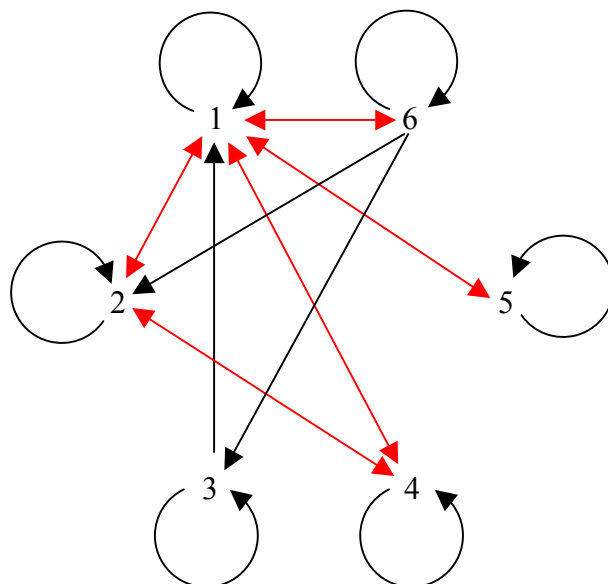
Aby relácia R bola antisymetrická, muselo by podľa definície antisymetrickej relácie platiť: $\forall x, y \in M : x \neq y \wedge [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \notin R$. Dosadíme miesto vzťahu $[x, y] \in R$ vzťah $x < y$, resp. miesto vzťahu $[y, x] \notin R$ vzťah $y \geq x$ (ktorý je negáciou vzťahu $y < x$).

Dostaneme výrokovú formu $\forall x, y \in M : x \neq y \wedge x < y \Rightarrow y \geq x$, ktorá je zrejme pravdivá bez ohľadu na hodnoty premenných x, y . Podľa definície relácia R je antisymetrická.

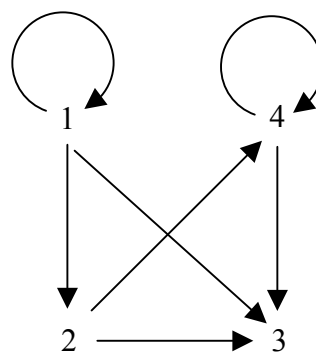
Teraz si všimneme, ako sa antisymetrickosť relácie prejavuje na jej vrcholovom grafe. Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M , ktorá je antisymetrická. Podľa definície musí platiť: $\forall x, y \in M : x \neq y \wedge [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \notin R$. Skutočnosť, že $[x, y] \in R$, sa vo vrcholovom grafe prejaví šípkou smerujúcou od vrcholu x do vrcholu y , skutočnosť, že $[y, x] \notin R$, sa vo vrcholovom grafe prejaví tak, že graf neobsahuje šípku smerujúcu od vrcholu y do vrcholu x . Ako bude teda vyzerat' vrcholový graf relácie R ? V prípade, že tento graf bude obsahovať šípku z x do y , potom táto šípka bude jednosmerná.

Zovšeobecnenie: Vrcholový graf antisymetrickej relácie neobsahuje obojsmerné šípky.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Nakoľko vrcholový graf obsahuje obojsmerné šípky, relácia R nie je antisymetrická.

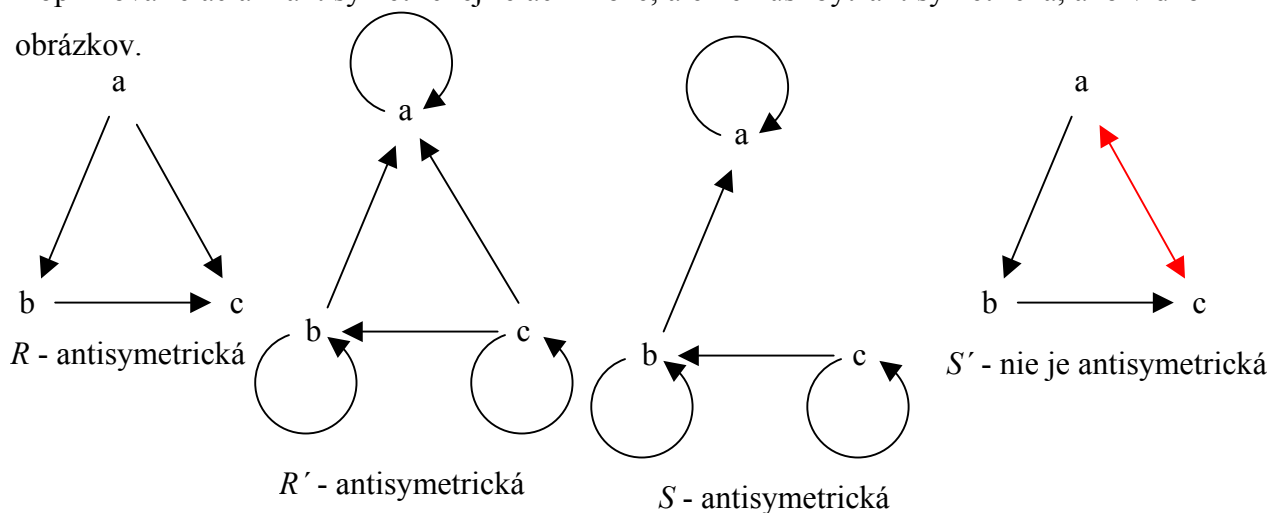


Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Pretože vrcholový graf neobsahuje obojsmerné šípky, relácia R je antisymetrická.



Teraz sa venujme antisymetrickosti doplnkovej a inverznej relácie. Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M , ktorá je antisymetrická. Ako už vieme, vrcholový graf antisymetrickej relácie R neobsahuje obojsmerné šípky. Potom ani vrcholový graf inverznej relácie k relácii R neobsahuje obojsmerné šípky, lebo ten vznikne tak, že jednosmerné šípky otočíme. Platí: **Inverzná relácia k antisymetrickej relácii je opäť antisymetrická.**

Doplnková relácia k antisymetrickej relácii môže, ale nemusí byť antisymetrická, ako vidno z obrázkov.



Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M jej vrcholovým grafom. Potom môžu nastať tieto možnosti:

1. vrcholový graf neobsahuje jednosmerné šípky,
2. vrcholový graf neobsahuje obojsmerné šípky,
3. vrcholový graf obsahuje aj jednosmerné aj obojsmerné šípky.

V prvom prípade platí, že relácia R je symetrická, v druhom prípade platí, že relácia R je antisymetrická, v treťom prípade platí, že relácia R nie je ani symetrická, ani antisymetrická.

Záver:

Ak relácia nie je symetrická, ešte to nemusí znamenať, že je antisymetrická.

Ak relácia nie je antisymetrická, ešte to nemusí znamenať, že je symetrická.

Tranzitívnosť

Reláciu R definovanú v množine M nazývame tranzitívnou, ak $\forall x, y, z \in M : [x, y] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow [x, z] \in R$ (čítame: ak pre každú trojicu prvkov x, y, z z množiny M platí, že ak x je v relácii s y a y je v relácii so z , potom aj x je v relácii so z). Vysvetlime si teraz túto definíciu na konkrétnych príkladoch.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a relácia $R = \{[1, 1], [1, 2], [2, 2], [2, 3], [2, 4], [3, 4]\}$.

Aby relácia R bola tranzitívna, muselo by podľa definície tranzitívnej relácie platiť: $\forall x, y, z \in M : [x, y] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow [x, z] \in R$. Dosadíme $x = 1, y = 2, z = 3$. Relácia R obsahuje usporiadané dvojice $[1, 2]$ a $[2, 3]$. Ak by bola tranzitívna, musela by obsahovať aj usporiadanú dvojicu $[1, 3]$. Túto dvojicu však neobsahuje. Preto relácia R nie je tranzitívna.

Daná je množina $M = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ a relácia $R = \{[x, y] \in M \times M : x \mid y\}$.

Aby relácia R bola tranzitívna, muselo by podľa definície tranzitívnej relácie platiť: $\forall x, y, z \in M : [x, y] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow [x, z] \in R$. Dosadíme miesto vzťahu $[x, y] \in R$ vzťah $x \mid y$, miesto vzťahu $[y, z] \in R$ vzťah $y \mid z$. Potom:

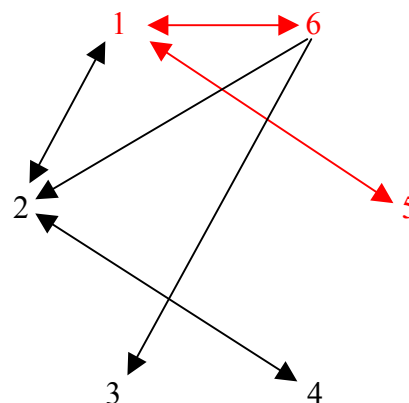
$$\begin{aligned} x \mid y &\Rightarrow \exists a \in \mathbb{N} : a \cdot x = y \\ y \mid z &\Rightarrow \exists b \in \mathbb{N} : b \cdot y = z \end{aligned} \quad \text{a teda} \quad b \cdot a \cdot x = z \Rightarrow x \mid z \Rightarrow [x, z] \in R.$$

Podľa definície relácia R je tranzitívna.

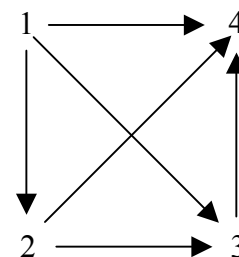
Teraz si všimneme, ako sa tranzitívnosť relácie prejavuje na jej vrcholovom grafe. Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M , ktorá je tranzitívna. Podľa definície musí platiť: $\forall x, y, z \in M : [x, y] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow [x, z] \in R$. Skutočnosť, že $[x, y] \in R$, sa vo vrcholovom grafe prejaví šípkou smerujúcou od vrcholu x do vrcholu y , skutočnosť, že $[y, z] \in R$, sa vo vrcholovom grafe prejaví šípkou smerujúcou od vrcholu y do vrcholu z . Napokon skutočnosť, že $[x, z] \in R$, sa vo vrcholovom grafe prejaví šípkou smerujúcou od vrcholu x do vrcholu z . Ako bude teda vyzerat' vrcholový graf relácie R ? V prípade, že tento graf bude obsahovať šípku z x do y a aj šípku z y do z , potom bude obsahovať aj šípku z x do z .

Voľne povedané, v grafe tranzitívnej relácie nemá zmysel prestupovať, lebo ak by sa dalo prestupovaním cestovať z vrcholu x do vrcholu y , potom existuje aj priame spojenie z x do y .

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Vo vrcholovom grafe existuje šípka z 5 do 1 a ďalej z 1 do 6, ale priama šípka z 5 do 6 neexistuje. Relácia R nie je tranzitívna. Voľnejšie povedané, ak by sme chceli cestovať z 5 do 6, musíme to urobiť iba na prestup. Prestupovanie teda má zmysel, preto relácia R nie je tranzitívna. (Úlohu možno riešiť aj výberom inej vhodnej trojice vrcholov.)



Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Ak by sme chceli v tomto vrcholovom grafe cestovať, tak cestovať možno len z vrcholov s menším číslom do vrcholov s väčším číslom. Navyše, vždy existuje aj priama linka, takže prestupovanie nemá zmysel. Relácia R je tranzitívna. Presnejšie povedané, ak tento graf obsahuje šípku z x do y a aj šípku z y do z , potom obsahuje aj šípku z x do z bez ohľadu na voľbu vrcholov x, y, z . Relácia R je tranzitívna.



Teraz sa venujme tranzitívnosti inverznej relácie. Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M , ktorá je tranzitívna. Podľa definície 6.1. platí:

$\forall x, y, z \in M : [x, y] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow [x, z] \in R$. Pre inverznú reláciu potom platí:

$\forall x, y, z \in M : [y, x] \in R^{-1} \wedge [z, y] \in R^{-1} \Rightarrow [z, x] \in R^{-1}$. Teda aj relácia R^{-1} je tranzitívna. Záver:

Inverzná relácia k tranzitívnej relácii je opäť tranzitívna.

Súvislosť

Reláciu R definovanú v množine M nazývame súvislou, ak

$\forall x, y \in M : x \neq y \Rightarrow [x, y] \in R \vee [y, x] \in R$ (čítame: ak pre každú dvojicu prvkov x, y z

množiny M platí, že ak x je rôzne od y , potom buď x je v relácii s y , alebo y je v relácii s x).

Vysvetlime si teraz túto definíciu na konkrétnych príkladoch.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a relácia $R = \{[1, 1], [1, 2], [1, 3], [2, 3], [2, 4], [3, 4]\}$.

Aby relácia R bola súvislá, muselo by podľa definície súvislej relácie platiť:

$\forall x, y \in M : x \neq y \Rightarrow [x, y] \in R \vee [y, x] \in R$. Zvoľme $x = 1, y = 4$. Relácia R neobsahuje ani

usporiadanú dvojicu $[1, 4]$, ani usporiadanú dvojicu $[4, 1]$. Preto relácia R nie je súvislá.

Nech množina $M = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ a relácia $R = \{[x, y] \in M \times M : x < y\}$.

Aby relácia R bola súvislá, muselo by podľa definície súvislej relácie platiť:

$\forall x, y \in M : x \neq y \Rightarrow [x, y] \in R \vee [y, x] \in R$. Dosadíme miesto vzťahu $[x, y] \in R$ vzťah $x < y$,

resp. miesto vzťahu $[y, x] \in R$ vzťah $y < x$. Dostaneme výrokovú formu

$\forall x, y \in M : x \neq y \Rightarrow x < y \vee y < x$ (čítame: ak x je rôzne od y , potom x je menej ako y , alebo y je menej ako x), ktorá je zrejme pravdivá bez ohľadu na hodnoty premenných x, y . Podľa definície relácia R je súvislá.

Teraz si všimneme, ako sa súvislosť relácie prejavuje na jej vrcholovom grafe.

Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M , ktorá je súvislá.

Podľa definície musí platiť: $\forall x, y \in M : x \neq y \Rightarrow [x, y] \in R \vee [y, x] \in R$. Skutočnosť, že

$[x, y] \in R$, sa vo vrcholovom grafe prejaví šípkou smerujúcou od vrcholu x do vrcholu y ,

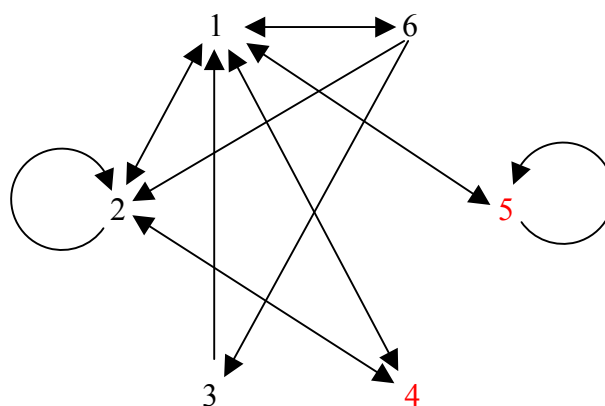
skutočnosť, že $[y, x] \in R$, sa vo vrcholovom grafe prejaví šípkou smerujúcou od vrcholu y do

vrcholu x . Ako bude teda vyzerat' vrcholový graf relácie R ? Každé dva rôzne vrcholy budú spojené nejakou šípkou (jednosmernou alebo obojsmernou).

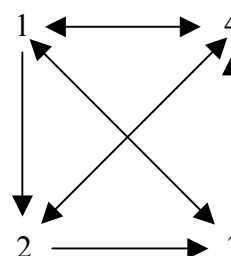
Zovšeobecnenie: Vo vrcholovom grafe súvislej relácie sú každé dva rôzne vrcholy spojené nejakou šípkou (jednosmernou alebo obojsmernou).

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Nakoľko vrcholy 4 a 5 nie sú spojené žiadnou šípkou, relácia R nie je súvislá.

Podobných príkladov možno nájsť oveľa viac, napríklad 2 a 3, 3 a 4, ...

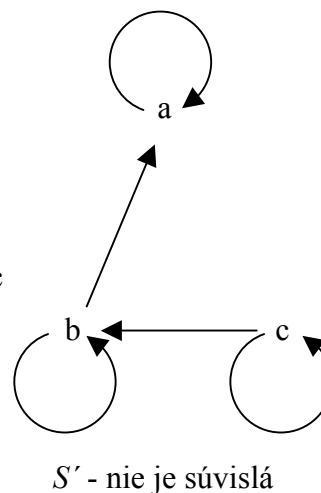
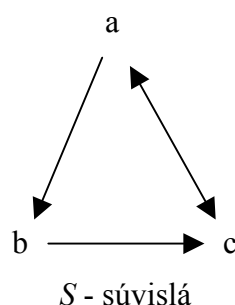
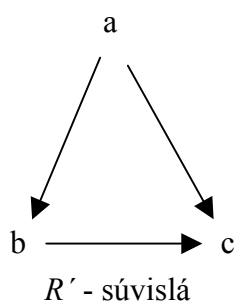
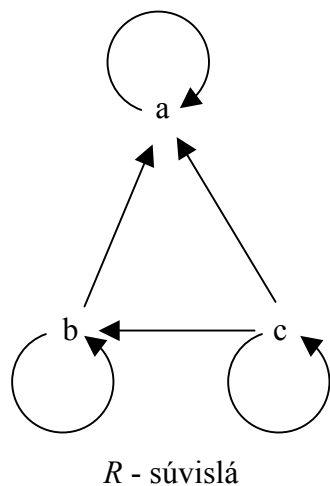


Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4\}$ a binárna relácia R je určená jej vrcholovým grafom. Nakoľko každé dva vrcholy sú spojené nejakou šípkou, relácia R je súvislá.



Teraz sa venujme súvislosti doplnkovej a inverznej relácie. Predpokladajme, že je daná neprázdna množina M a relácia R v množine M , ktorá je súvislá. Ako už vieme, vo vrcholovom grafe súvislej relácie sú každé dva rôzne vrcholy spojené nejakou šípkou. Potom aj vo vrcholovom grafe inverznej relácie k súvislej relácii sú každé dva rôzne vrcholy spojené nejakou šípkou, lebo ten vznikne tak, že jednosmerné šípky otočíme. Platí: **Inverzná relácia k súvislej relácii je opäť súvislá.**

Doplnková relácia k súvislej relácii môže, ale nemusí byť súvislá, ako vidno z obrázkov.



Úlohy

Nech množina $M = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ a binárna relácia $R = \{[x, y] \in M \times M : x + y < 50\}$.

Teraz postupne určíme všetky vlastnosti:

$$\left. \begin{array}{l} 5 + 5 < 50 \Rightarrow [5, 5] \in R \\ 48 + 48 > 50 \Rightarrow [48, 48] \notin R \end{array} \right\} \Rightarrow R \text{ nie je ani reflexívna, ani antireflexívna}$$

Nech $x, y \in M$. Potom ak $x + y < 50$, tak aj $y + x < 50$. To znamená, že $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$. Relácia R je symetrická.

$$\left. \begin{array}{l} 5 + 7 < 50 \Rightarrow [5, 7] \in R \\ 7 + 5 < 50 \Rightarrow [7, 5] \in R \end{array} \right\} \Rightarrow R \text{ nie je antisymetrická}$$

$$\left. \begin{array}{l} 45 + 3 < 50 \Rightarrow [45, 3] \in R \\ 3 + 42 < 50 \Rightarrow [3, 42] \in R \end{array} \right\} \text{ ale } 45 + 42 > 50 \Rightarrow [45, 42] \notin R \Rightarrow R \text{ nie je tranzitívna}$$

$$\left. \begin{array}{l} 50 + 60 > 50 \Rightarrow [50, 60] \notin R \\ 60 + 50 > 50 \Rightarrow [60, 50] \notin R \end{array} \right\} \Rightarrow R \text{ nie je súvislá}$$

Ak chceme dokázať, že binárna relácia R v množine M má určitú vlastnosť, potom to musíme dokázať všeobecne. Ak sme napríklad chceli dokázať, že relácia R je symetrická, potom musíme dokázať, že $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$.

Ak chceme dokázať, že binárna relácia R v množine M nemá určitú vlastnosť, potom nám stačí nájsť jeden kontrapríklad. Ak sme napríklad chceli dokázať, že relácia R nie je reflexívna, potom stačilo nájsť jednu usporiadanú dvojicu $[x, x]$, ktorá nepatrila do R .

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ a binárna

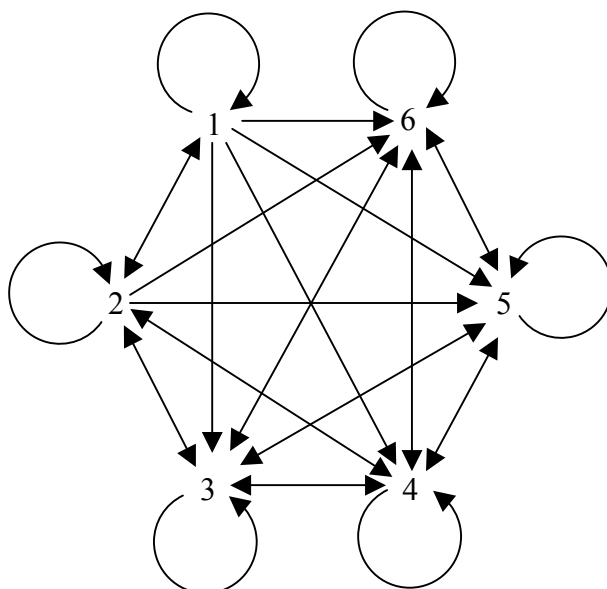
relácia $R = \{[x, y] \in M \times M : x \leq 2y\}$.

Nakreslíme si vrcholový graf relácie R a pomocou neho určíme vlastnosti relácie R .

Relácia R je reflexívna, pretože každý vrchol má slučku.

Relácia R nie je antireflexívna, pretože existuje vrchol, ktorý má slučku.

Relácia R nie je symetrická, pretože vo



vrcholovom grafe existuje jednosmerná šípka (napríklad z 1 do 6).

Relácia R nie je antisymetrická, pretože vo vrcholovom grafe existuje obojsmerná šípka (napríklad z 1 do 2).

Relácia R nie je tranzitívna, lebo obsahuje šípku zo 6 do 3 a šípku z 3 do 2, ale neobsahuje šípku zo 6 do 2. Inými slovami, zo 6 do 2 sa dá cestovať s prestupom, ale nie priamo, a preto má zmysel prestupovať.

Relácia R je súvislá, pretože medzi každými dvoma vrcholmi existuje nejaká šípka..

Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ a binárna relácia $R = \{[x, y] \in M \times M : x > 2y\}$.

Nakreslíme si vrcholový graf relácie R a pomocou neho určíme vlastnosti relácie R .

Relácia R nie je reflexívna, pretože existuje vrchol, ktorý nemá slučku (napríklad 1).

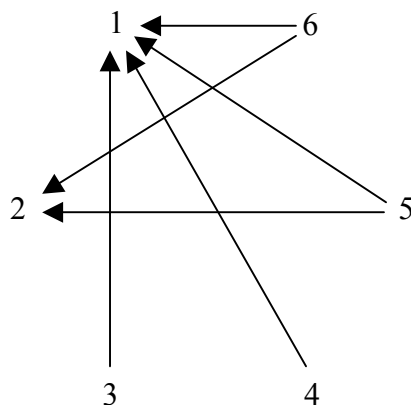
Relácia R je antireflexívna, pretože žiaden vrchol nemá slučku.

Relácia R nie je symetrická, pretože vo vrcholovom grafe existuje jednosmerná šípka (napríklad z 5 do 1).

Relácia R je antisymetrická, pretože vo vrcholovom grafe neexistuje obojsmerná šípka.

Relácia R je tranzitívna, pretože nemá zmysel prestupovať. Inými slovami, ak existuje cesta z nejakého vrcholu do iného vrcholu, potom možno medzi týmito vrcholmi cestovať priamo.

Relácia R nie je súvislá, pretože existujú dva rôzne vrcholy, ktoré nie sú spojené žiadnou šípkou (napríklad 3 a 4).



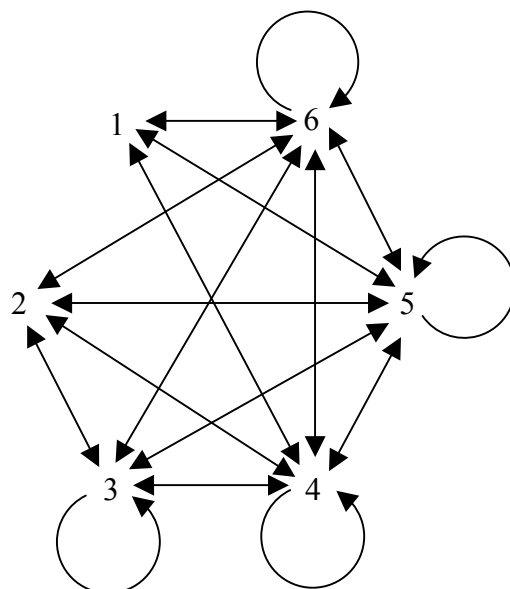
Nech množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ a binárna relácia

$$R = \{[x, y] \in M \times M : x + y > 4\}.$$

Nakreslíme si vrcholový graf relácie R a pomocou neho určíme vlastnosti relácie R .

Relácia R nie je reflexívna, pretože existuje vrchol, ktorý nemá slučku. (napríklad 1)

Relácia R nie je antireflexívna, pretože existuje vrchol, ktorý má slučku. (napríklad 5)



Relácia R je symetrická, pretože všetky šípky sú obojsmerné.

Relácia R nie je antisymetrická, pretože vo vrcholovom grafe existuje obojsmerná šípka (napríklad z 5 do 6).

Relácia R nie je tranzitívna, lebo obsahuje šípku z 1 do 6 a šípku zo 6 do 2, ale neobsahuje šípku z 1 do 2. Inými slovami, z 1 do 2 sa dá cestovať s prestupom, ale nie priamo, a preto má zmysel prestupovať.

Relácia R nie je súvislá, pretože existujú dva rôzne vrcholy, ktoré nie sú spojené žiadnou šípkou (napríklad 1 a 2).

Test č. 8

V nasledujúcom teste je 50 úloh z oblasti vlastností binárnych relácií.

Na nich si prakticky precvičíme:

- definíciu reflexívnej, antireflexívnej, symetrickej, antisymetrickej, súvislej a tranzitívnej binárnej relácie,
- vlastnosti vrcholového grafu reflexívnej, antireflexívnej, symetrickej, antisymetrickej, súvislej a tranzitívnej binárnej relácie,
- určovanie vlastností binárnej relácie určenej vymenovaním usporiadaných dvojíc,
- určovanie vlastností binárnej relácie určenej charakteristickou vlastnosťou,
- určovanie vlastností binárnej relácie určenej jej vrcholovým grafom,
- vlastnosti inverznej a doplnkovej relácie,
- dopĺňanie relácie na reláciu s danou vlastnosťou.

Test č. 8 nájdeme aj v elektronickej verzii v súbore 8.exe.

1. Binárnu reláciu R v množine M nazývame reflexívnou, ak

- a) $\forall x \in M : [x, x] \in R$
- b) $\forall x, y \in M : [x, y] \in R$
- c) $\forall x \in M : [x, x] \notin R$
- d) $\forall x, y \in M : [x, y] \notin R$

2. Binárnu reláciu R v množine M nazývame antireflexívnou, ak

a) $\forall x \in M : [x, x] \in R$

b) $\forall x, y \in M : [x, y] \in R$

c) $\forall x \in M : [x, x] \notin R$

d) $\forall x, y \in M : [x, y] \notin R$

3. Binárnu reláciu R v množine M nazývame symetrickou, ak

a) $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$

b) $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \notin R$

c) $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \wedge [y, x] \in R$

d) $\forall x, y \in M : [x, y] \notin R \wedge [y, x] \notin R$

4. Binárnu reláciu R v množine M nazývame antisymetrickou, ak

a) $\forall x, y \in M : x \neq y \wedge [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \in R$

b) $\forall x, y \in M : x \neq y \wedge [x, y] \in R \Rightarrow [y, x] \notin R$

c) $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow x = y$

d) $\forall x, y \in M : [x, y] \in R \Rightarrow x \neq y$

5. Binárnu reláciu R v množine M nazývame tranzitívnou, ak

a) $\forall x, y, z \in M : [x, y] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow [z, x] \in R$

b) $\forall x, y, z \in M : [x, y] \in R \wedge [x, z] \in R \Rightarrow [y, z] \in R$

c) $\forall x, y, z \in M : [x, z] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow [x, y] \in R$

d) $\forall x, y, z \in M : [x, y] \in R \wedge [y, z] \in R \Rightarrow [x, z] \in R$

6. Binárnu reláciu R v množine M nazývame súvislou, ak

a) $\forall x, y \in M : x \neq y \Rightarrow ([x, y] \in R \vee [y, x] \in R)$

b) $\forall x, y \in M : x \neq y \Rightarrow ([x, y] \in R \wedge [y, x] \in R)$

c) $\forall x, y \in M : x \neq y \Rightarrow ([x, x] \in R \vee [y, y] \in R)$

d) $\forall x, y \in M : x \neq y \Rightarrow ([x, x] \in R \wedge [y, y] \in R)$

7. Vyberte správne tvrdenia. Vrcholový graf reflexívnej relácie

- a) nesmie obsahovať obojsmernú šípku.
- b) neobsahuje žiadnu slučku.
- c) obsahuje slučku pri každom vrchole.
- d) nesmie obsahovať jednosmernú šípku.

8. Vyberte správne tvrdenia. Vrcholový graf antireflexívnej relácie

- a) obsahuje slučku pri každom vrchole.
- b) neobsahuje žiadnu slučku.
- c) nesmie obsahovať obojsmernú šípku.
- d) nesmie obsahovať jednosmernú šípku.

9. Vyberte správne tvrdenia. Vrcholový graf symetrickej relácie

- a) obsahuje slučku pri každom vrchole.
- b) obsahuje jednosmernú alebo obojsmernú šípku medzi každou dvojicou svojich vrcholov.
- c) musí obsahovať obojsmernú šípku.
- d) nesmie obsahovať jednosmernú šípku.

10. Vyberte správne tvrdenia. Vrcholový graf antisymetrickej relácie

- a) obsahuje slučku pri každom vrchole.
- b) obsahuje jednosmernú alebo obojsmernú šípku medzi každou dvojicou svojich vrcholov.
- c) musí obsahovať aspoň jednu jednosmernú šípku.
- d) nesmie obsahovať obojsmernú šípku.

11. Vyberte správne tvrdenia. Vrcholový graf súvislej relácie

- a) obsahuje slučku pri každom vrchole.
- b) obsahuje jednosmernú alebo obojsmernú šípku medzi každou dvojicou svojich vrcholov.
- c) musí obsahovať aspoň jednu jednosmernú šípku.
- d) nesmie obsahovať obojsmernú šípku.

12. Vyberte reflexívne relácie v množine $M = \{1, 2, 3\}$.

- a) $\{[1, 2], [2, 1], [2, 2], [2, 3], [3, 2]\}$
- b) $\{[1, 1], [2, 2], [2, 3], [3, 3]\}$
- c) $\{[1, 1], [1, 2], [2, 1], [2, 2], [2, 3], [3, 3]\}$
- d) $\{[1, 2], [1, 3], [2, 3]\}$

13. Vyberte antireflexívne relácie v množine $M = \{1, 2, 3\}$.

- a) $\{[1, 1], [1, 2], [2, 1], [2, 2], [2, 3], [3, 3]\}$
- b) $\{[1, 1], [2, 2], [2, 3], [3, 3]\}$
- c) $\{[1, 2], [2, 1], [2, 2], [2, 3], [3, 2]\}$
- d) $\{[1, 2], [1, 3], [2, 3]\}$

14. Vyberte symetrické relácie v množine $M = \{1, 2, 3\}$.

- a) $\{[1, 1], [1, 2], [2, 1], [2, 2], [2, 3], [3, 2]\}$
- b) $\{[1, 2], [1, 3], [2, 3]\}$
- c) $\{[1, 1], [2, 2], [3, 3]\}$
- d) $\{[1, 1], [2, 3], [3, 2], [3, 3]\}$

15. Vyberte antisymetrické relácie v množine $M = \{1, 2, 3\}$.

- a) $\{[1, 1], [1, 2], [2, 2], [2, 3], [3, 3]\}$
- b) $\{[1, 1], [2, 3], [3, 2], [3, 3]\}$
- c) $\{[1, 1], [2, 2], [3, 3]\}$
- d) $\{[1, 2], [1, 3], [2, 3]\}$

16. Vyberte súvislé relácie v množine $M = \{1, 2, 3\}$.

- a) $\{[1, 1], [1, 2], [2, 2], [2, 3], [3, 3]\}$

- b) $\{[1,3],[2,1],[2,3]\}$
- c) $\{[1,1],[2,2],[3,3]\}$
- d) $\{[1,2],[1,3],[2,1],[2,3],[3,1],[3,2]\}$

17. Vyberte tranzitívne relácie v množine $M = \{1, 2, 3\}$.

- a) $\{[1,1],[1,2],[2,2],[2,3],[3,3]\}$
- b) $\{[1,3],[2,1],[2,3]\}$
- c) $\{[1,1],[2,2],[3,3]\}$
- d) $\{[1,2],[1,3],[2,1],[2,3],[3,1],[3,2]\}$

18. Vyberte reflexívne relácie v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

- a) $\{[x, y] \in M \times M : x = y\}$
- b) $\{[x, y] \in M \times M : x + y = 7\}$
- c) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 5\}$
- d) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 10\}$

19. Vyberte antireflexívne relácie v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

- a) $\{[x, y] \in M \times M : x = y\}$
- b) $\{[x, y] \in M \times M : x + y = 7\}$
- c) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 5\}$
- d) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 10\}$

20. Vyberte symetrické relácie v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

- a) $\{[x, y] \in M \times M : x = y\}$
- b) $\{[x, y] \in M \times M : x + y = 7\}$

c) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 5\}$

d) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 10\}$

21. Vyberte antisymetrické relácie v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

a) $\{[x, y] \in M \times M : x = y\}$

b) $\{[x, y] \in M \times M : x + y = 7\}$

c) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 5\}$

d) $\{[x, y] \in M \times M : x < y\}$

22. Vyberte tranzitívne relácie v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

a) $\{[x, y] \in M \times M : x = y\}$

b) $\{[x, y] \in M \times M : x + y = 7\}$

c) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 5\}$

d) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 10\}$

23. Vyberte súvislé relácie v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

a) $\{[x, y] \in M \times M : x + y = 7\}$

b) $\{[x, y] \in M \times M : x < y\}$

c) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 5\}$

d) $\{[x, y] \in M \times M : x + y \leq 10\}$

24. Dané sú binárne relácie v množine prirodzených čísel N , s ktorými sa žiaci často stretávajú už na základnej škole. Označte tie, ktoré sú reflexívne.

a) ostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x < y\}$

b) neostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \leq y\}$

c) rovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x = y\}$

d) deliteľnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \text{ delí } y\}$

25. Dané sú binárne relácie v množine prirodzených čísel N , s ktorými sa žiaci často stretávajú už na základnej škole. Označte tie, ktoré sú antireflexívne.

a) ostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x < y\}$

b) neostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \leq y\}$

c) rovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x = y\}$

d) deliteľnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \text{ delí } y\}$

26. Dané sú binárne relácie v množine prirodzených čísel N , s ktorými sa žiaci často stretávajú už na základnej škole. Označte tie, ktoré sú symetrické.

a) ostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x < y\}$

b) neostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \leq y\}$

c) rovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x = y\}$

d) deliteľnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \text{ delí } y\}$

27. Dané sú binárne relácie v množine prirodzených čísel N , s ktorými sa žiaci často stretávajú už na základnej škole. Označte tie, ktoré sú antisymetrické.

a) ostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x < y\}$

b) neostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \leq y\}$

c) rovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x = y\}$

d) deliteľnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \text{ delí } y\}$

28. Dané sú binárne relácie v množine prirodzených čísel N , s ktorými sa žiaci často stretávajú už na základnej škole. Označte tie, ktoré sú tranzitívne.

a) ostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x < y\}$

b) neostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \leq y\}$

c) rovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x = y\}$

d) deliteľnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \text{ delí } y\}$

29. Dané sú binárne relácie v množine prirodzených čísel N , s ktorými sa žiaci často stretávajú už na základnej škole. Označte tie, ktoré sú súvislé.

a) ostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x < y\}$

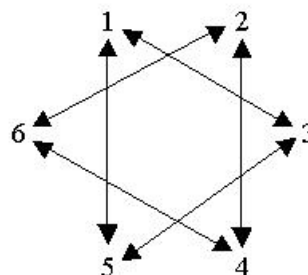
b) neostrá nerovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \leq y\}$

c) rovnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x = y\}$

d) deliteľnosť, teda $\{[x, y] \in N \times N : x \text{ delí } y\}$

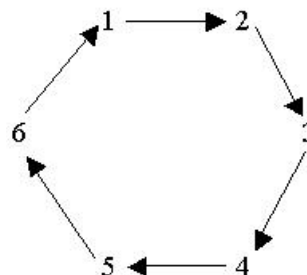
30. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Označte jej vlastnosti.

- a) reflexívna
- b) antireflexívna
- c) symetrická
- d) antisymetrická
- e) tranzitívna
- f) súvislá



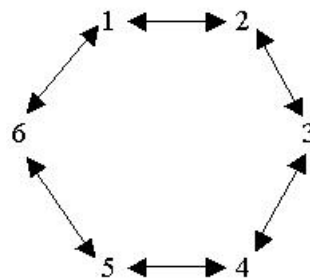
31. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Označte jej vlastnosti.

- a) reflexívna
- b) antireflexívna
- c) symetrická
- d) antisymetrická
- e) tranzitívna
- f) súvislá



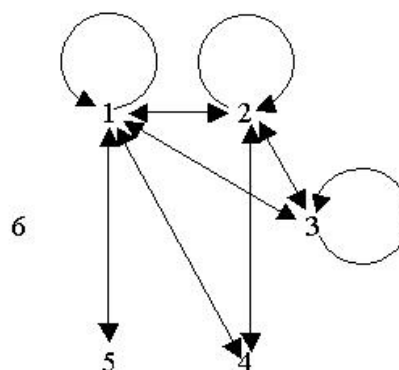
32. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Označte jej vlastnosti.

- a) reflexívna
- b) antireflexívna
- c) symetrická
- d) antisymetrická
- e) tranzitívna
- f) súvislá



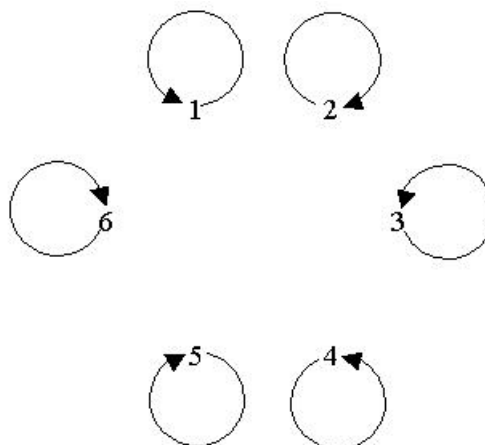
33. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Označte jej vlastnosti.

- a) reflexívna
- b) antireflexívna
- c) symetrická
- d) antisymetrická
- e) tranzitívna
- f) súvislá



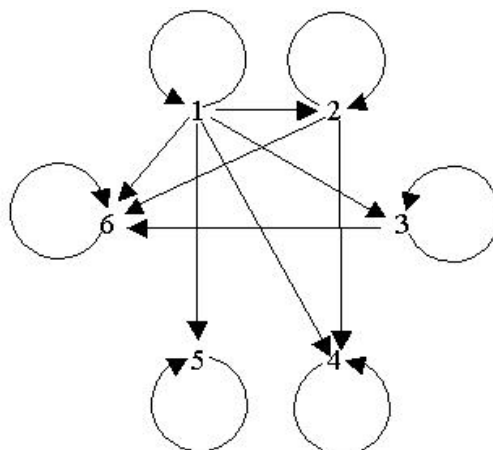
34. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Označte jej vlastnosti.

- a) reflexívna
- b) antireflexívna
- c) symetrická
- d) antisymetrická
- e) tranzitívna
- f) súvislá



35. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Označte jej vlastnosti.

- a) reflexívna
- b) antireflexívna
- c) symetrická
- d) antisymetrická
- e) tranzitívna
- f) súvislá



36. Vyberte pravdivé tvrdenia.

- a) Inverzná relácia k reflexívnej relácii je reflexívna.
- b) Inverzná relácia k antireflexívnej relácii je antireflexívna.
- c) Doplnková relácia k reflexívnej relácii je reflexívna.
- d) Doplnková relácia k antireflexívnej relácii je antireflexívna.

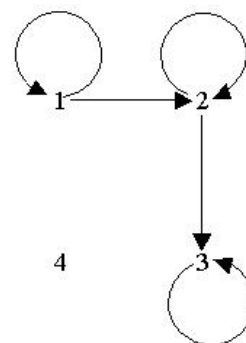
37. Vyberte pravdivé tvrdenia.

- a) Inverzná relácia k symetrickej relácii je symetrická.
- b) Inverzná relácia k antisymetrickej relácii je antisymetrická.
- c) Doplnková relácia k symetrickej relácii je symetrická.
- d) Doplnková relácia k antisymetrickej relácii je antisymetrická.

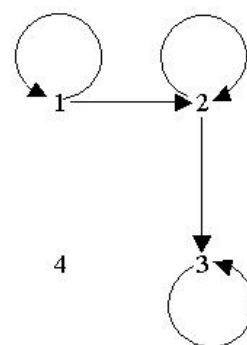
38. Vyberte pravdivé tvrdenia.

- a) Doplnková relácia k súvislej relácii je súvislá.
- b) Inverzná relácia k súvislej relácii je súvislá.
- c) Inverzná relácia k tranzitívnej relácii je tranzitívna.

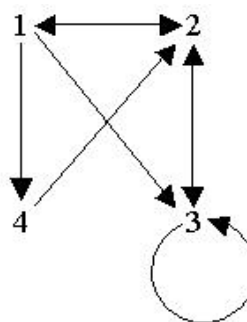
39. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, o ktorú treba túto reláciu rozšíriť, aby rozšírená relácia bola reflexívna.



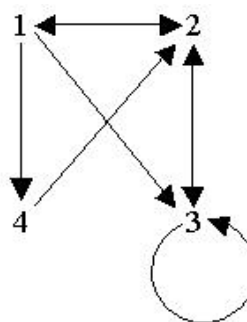
40. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, o ktorú treba túto reláciu rozšíriť, aby takto rozšírená relácia bola tranzitívna.



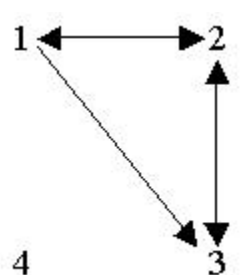
41. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, ktorú treba z tejto relácie odstrániť, aby takto upravená relácia bola antireflexívna.



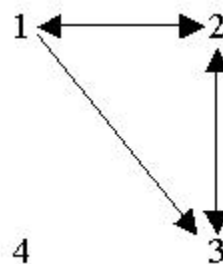
42. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, o ktorú treba túto reláciu rozšíriť, aby rozšírená relácia bola súvislá.



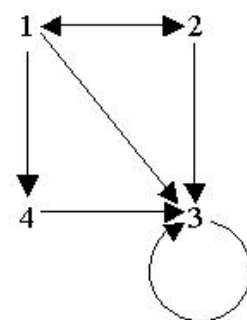
43. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, o ktorú treba túto reláciu rozšíriť, aby rozšírená relácia bola tranzitívna.



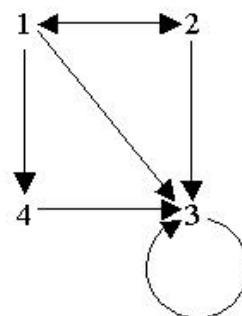
44. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, ktorú treba z tejto relácie odstrániť, aby takto upravená relácia bola symetrická.



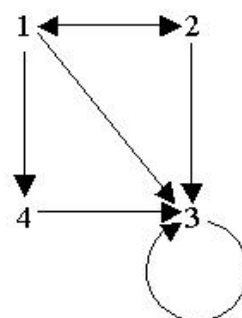
45. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, ktorú treba z tejto relácie odstrániť, aby takto upravená relácia bola antisymetrická.



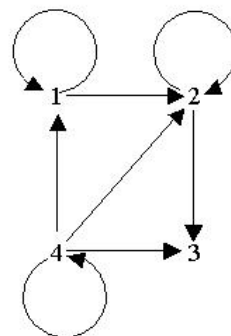
46. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, ktorú treba z tejto relácie odstrániť, aby takto upravená relácia bola antireflexívna.



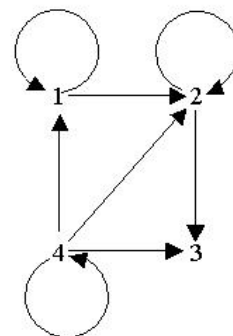
47. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, o ktorú treba túto reláciu rozšíriť, aby rozšírená relácia bola súvislá.



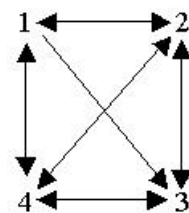
48. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, o ktorú treba túto reláciu rozšíriť, aby rozšírená relácia bola reflexívna.



49. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, o ktorú treba túto reláciu rozšíriť, aby rozšírená relácia bola tranzitívna.



50. Na obrázku je vrcholový graf binárnej relácie R v množine $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Napíšte usporiadanú dvojicu, o ktorú treba túto reláciu rozšíriť, aby rozšírená relácia bola tranzitívna.



Test č. 8 – správne riešenia

1. a	12. bc	23. bd	34. acde	44. [1,3]
2. c	13. d	24. bcd	35. ade	45. [1,2] alebo [2,1]
3. a	14. acd	25. a	36. ab	46. [3,3]
4. b	15. acd	26. c	37. abc	47. [2,4] alebo [4,2]
5. d	16. bd	27. abcd	38. bc	48. [3,3]
6. a	17. bcd	28. abcd	39. [4,4]	49. [1,3]
7. c	18. ad	29. ab	40. [1,3]	50. [3,1]
8. b	19. b	30. bce	41. [3,3]	
9. d	20. abcd	31. bd	42. [4,3] alebo [3,4]	
10. d	21. ad	32. bc	43. [3,1]	
11. b	22. ad	33. c		