

**Didaktická príručka
z matematiky pre stredné školy**

ŠÁRKA FEHÉROVÁ, KAMILA GOLÚCHOVÁ, JANA SABOLOVÁ, EVA KUČINOVÁ

TRNAVA 2010

OBSAH

Úvod	3
I. Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi spôsobmi.....	14
II. Numerické zručnosti	18
III. Práca so znakmi (symbolmi)	23
IV. Orientácia a práca s tabuľkou	27
V. Grafické vnímanie	35
VI. Práca s diagramom a grafom	40
VII. Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi	47
VIII. Priestorová predstavivosť	51
IX. Funkcia ako vzťah medzi veličinami	55
X. Správnosť logickej úvahy	60
Literatúra	65

Úvod

Vážené kolegyně a kolegovia, učitelia matematiky,

cieľom našej práce bolo vytvoriť didaktický materiál, ktorý obsahuje úlohy zamerané na rozvoj matematických zručností. Ponúkame vám niektoré námety, návrhy a odporúčania, ktoré vám majú pomôcť pri zlepšovaní matematických zručností vašich žiakov.

Matematika ako všeobecnovzdelávací predmet poskytuje žiakom systém matematických vedomostí, zručností a návykov, ktoré im umožnia pomocou matematického aparátu opísať prírodné, technické a ekonomické javy, vnímať ich súvislosti a racionálne riešiť úlohy. Preto by sme vo vyučovaní matematiky mali klásť dôraz najmä na tie aspekty školského učiva, ktoré budú súčasní žiaci potrebovať vo svojom živote. Záleží od učiteľa, či matematika bude patriť k obľúbeným predmetom. Zadávanými úlohami by sme mali prispieť k rozvoju tvorivosti žiaka, k jeho premýšľaniu, k odvahe zmocniť sa problému a samostatne nájsť východisko, k zážitkom získaným pri zaujímavej činnosti a k radosti z nachádzania vlastného riešenia.

Vo vyučovaní by sme mali čo najviac využívať **motivačnú metódu**, teda metódu, ktorá vzbudzuje záujem žiakov (najmä pri matematizácii reálnych situácií) a vedie ich k aktívnej a samostatnej práci. Aktivizáciou u žiakov rozvíjame:

- **posilňovanie dôvery vo vlastné schopnosti** (každý, kto sa učí, robí chyby a nimi sa učí; každému žiakovi však môžeme dať riešiť *také matematické úlohy, ktoré úspešne vyrieši*),
- **kritické myslenie a nepretržitú sebakontrolu** (naučiť žiakov neprijímať predkladané poznatky pasívne),
- **schopnosť samostatného štúdia** (zadávanie individuálnych úloh, vyhľadávanie potrebných informácií),
- **komunikáciu v kolektíve žiakov** (naučiť sa vysloviť vlastný názor a vedieť si vypočúť predstavu spolužiaka, viesť dialóg a obhájiť si svoj názor),
- **vyhľadávanie informácií pre tvorbu a vytváranie úloh** (ak žiaci sami zisťujú potrebné údaje vo svojom okolí, výrazne sa oživí vyučovanie a zvýši sa záujem žiakov o danú problematiku),
- **estetické cítenie** (vnímať „krásu“ čísel, v geometrii pozorovať predmety v našom okolí, dbať na grafický prejav).

V matematike, podobne ako aj v iných oblastiach ľudskej činnosti, nemožno uspieť bez usilovnej práce. Preto je dôležité sústavné a dôsledné precvičovanie matematických zručností.

Pri ich precvičovaní si vyberáme zväčša z dvoch základných typov úloh: *uzavreté úlohy* (spolu so zadaním uvádzame aj ponuku možných riešení, z ktorých si žiak vyberá správnu odpoveď) a *otvorené úlohy* (žiak rieši úlohu úplne samostatne bez akejkoľvek nápovedy). Otvorené úlohy majú výrazne vyššiu informačnú hodnotu. Precvičovanie uzavretých úloh je zase dôležité preto, lebo sa často vyskytujú v rôznych testoch (napríklad na prijímacích skúškach). Pri ich riešení je nutné žiakom ukázať, že stratégia, pri ktorej používajú bezmyšlienkovitú kalkuláciu s ponukou odpovedí, nie je vhodná (stručne povedané: tipujú výsledok). V súboroch úloh, ktoré sú súčasťou predkladaného didaktického materiálu, používame oba typy úloh.

Vytváranie základov pre úspešné riešenie úloh nie je cieľom, ale prostriedkom vyučovania matematiky. Ak má žiak vedieť použiť matematiku pri riešení praktických problémov, musí najskôr pochopiť jej štruktúru a vzťahy medzi matematickými objektami.

Aké *kompetencie* by mal žiak konkrétne v tejto oblasti získať? Mal by sa naučiť:

- počítat' spamäti (úspešné riešenie jednoduchých úloh spamäti zvyšuje matematické sebavedomie a pomáha pochopiť štruktúru číselných oborov),
- robiť odhady (odhadovanie je kontrolou správnosti „presného“ riešenia a pomáha pri hľadaní najvhodnejšieho postupu),
- používať základné písomné algoritmy (ich používanie má vplyv na utváranie predstáv o štruktúre čísel a vlastnostiach numerických operácií),
- pracovať so vzorcami (najmä ich vedieť správne používať a dosadiť do nich),
- rozvíjať predstavivosť (pri tomto pomáha robenie náčrtov, meranie, modelovanie, rysovanie),
- pracovať s diagramami a grafmi (rozumieť takýmto obrázkom a vytvárať podobné prehľadné obrázky),
- používať termíny a symboly (pre presné matematické vyjadrovanie, aby sme si jednoduchšie porozumeli),
- pracovať s kalkulačkou (jej použitie musí byť vhodné a zmysluplné, jej predčasné používanie zapríčiňuje likvidáciu matematických zručností a spôsobuje stratu praxe pri počítaní a neschopnosť odhadu výsledku).

V každej matematickej úlohe je daná problémová situácia, ktorú žiak musí vyriešiť. Ak ide o slovnú úlohu, musí sa najskôr naučiť matematizovať reálne situácie a prepojiť matematický jazyk s realitou, čo znamená, že najskôr text z bežnej reči preloží do matematického jazyka. Táto časť riešenia úlohy je najťažšia z celého postupu a nie je vôbec podstatná, do akej tematiky zadaná úloha patrí. Rovnako dôležité je striedanie textu s grafickým znázornením situácií a zapisovanie informácií do tabuliek. Symboly (znaky), schémy, grafy, diagramy, obrázky, tabuľky a podobne patria do matematického jazyka. V modernej matematike majú tieto grafické vyjadrovacie prostriedky stále väčší význam a uplatnenie.

Ak žiaci majú problémy pri riešení úloh, môže to súvisieť aj s ich čitateľskou gramotnosťou. Prvotné neúspechy na ZŠ aj SŠ závisia od neporozumenia textu zadania. Preto musíme žiakov naučiť pracovať s textom a túto schopnosť precvičovať najmä:

- reprodukciou informácií z textu (vyhľadať jednu či viac informácií v zadaní),
- interpretáciou textu (pochopiť význam a vyvodíť dôsledky),
- premýšľaním o texte a jeho posudzovaním (dať do vzťahu písomné informácie a doterajšie vedomosti, predstavy a skúsenosti).

Ďalšou slabou stránkou v matematických zručnostiach žiakov sú ich grafické vyjadrovacie schopnosti. Grafy a diagramy predstavujú geometrické zobrazenia algebrických vzťahov. Názorný graf alebo diagram často povedia oveľa viac ako množstvo slov. Znázornené údaje ale povedia niečo iba tomu, kto ich dokáže **prečítať**. Média denne uverejňujú množstvo grafov a diagramov a medzi nimi bez problémov nájdeme aj také, ktoré žiakov budú zaujímať. Na hodinách by sme mali využívať grafy a diagramy z tlače, internetu a aj vlastnoručne urobené pomocou počítača.

Grafické vnímanie a práca s grafom úzko súvisia s rozvíjaním predstavivosti. Grafické znázornenie funkcií pomáha pochopiť matematické vzťahy a rozvíja matematickú intuíciu. Preto je nutné najmä na začiatku dopĺňať riešenie úloh názornými obrázkami a grafmi, pretože to, čo žiak **vidí**, mu pomáha pochopiť viac ako **iba to, čo počuje**. Geometrická predstavivosť závisí od schopnosti žiaka vedieť v predstave manipulovať s rôznymi objektami (v rovine aj v priestore). To je žiak schopný robiť iba vtedy, keď si všetko najskôr „vyskúša“ na geometrických modeloch reálnych objektov. Je potrebné venovať zvýšenú pozornosť vzťahom objekt – model – obrázok – predstava. Každý z týchto postupných krokov znamená novú kvalitu v myslení žiakov a preto je nutné

tieto vzťahy cielene budovať. Vo vyučovaní to znamená využívať v čo najväčšej miere **názorné pomôcky**, s ktorými necháme pracovať najmä žiakov. Je vhodné nechať žiakov **modelovať** reálne situácie, k čomu stačí používať jednoduché pomôcky: špajdle, ceruzky, kružidlo, biely a farebný papier, papierové modely rovinných obrazcov, papierové modely telies, vrátane ich sietí.

Každý skúsený učiteľ vie, že bez dôkladného precvičovania nemôžu žiaci pochopiť a trvalo si osvojiť preberanú tematiku. Pri tejto činnosti učitelia vyhľadávajú rôzne zbierky úloh. Náš súbor úloh ponúka iný pohľad na matematické úlohy. Nejde o výkladový materiál ani o klasickú zbierku úloh. Súvisí s tým, aby žiaci dokázali vyriešiť rôzne matematické úlohy. Pri tomto procese musia vedieť použiť nielen vedomosti, ale najmä svoje zručnosti a schopnosti. Úlohou, na úspešné vyriešenie ktorých stačí jediná zručnosť, je oveľa menej ako úlohou, pri riešení ktorých musíme kombinovať viacero zručností. V bežných učebniciach nie sú zdôraznené používané zručnosti.

Náš súbor úloh sa pokúša pomôcť učiteľom rozvíjať zručnosti typické pre matematiku tak, aby sa žiaci naučili efektívne využívať získané vedomosti. K tomu slúži vhodné precvičovanie nižšie uvedených úloh so zameraním na jednotlivé zručnosti. Rozsah vedomostí nášho súboru úloh zodpovedá rámcovým vzdelávacím plánom tých ročníkov, ktoré žiaci už absolvovali.

Úlohy sú rozdelené do desiatich kapitol, ktoré zodpovedajú desiatim základným matematickým zručnostiam:

- I. Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi spôsobmi
- II. Numerické zručnosti
- III. Práca so znakmi (symbolmi)
- IV. Orientácia a práca s tabuľkou
- V. Grafické vnímanie
- VI. Práca s diagramom a grafom
- VII. Poznanie rovinných útvarov a práce s nimi
- VIII. Priestorová predstavivosť
- IX. Funkcia ako vzťah medzi veličinami
- X. Správnosť logickej úvahy

Ich charakteristiku zodpovedajúcu stupňu, pre ktorý je súbor úloh určený, nájde čitateľ na nasledujúcich stranách.

Pri riešení väčšiny uvedených úloh musí žiak použiť viac ako jednu zručnosť. V najväčšej miere použije tú **zručnosť**, do ktorej kapitoly **je úloha zaradená**. Tým sa tento súbor úloh odlišuje od tradičných matematických zbierok, v ktorých sú úlohy zoradené podľa tematických okruhov. Za každou úlohou uvedenou v súbore úloh sú rímskymi číslicami označené používané zručnosti, a to v poradí, ktoré zodpovedá miere využívania danej zručnosti, prípadne v poradí, v ktorom sú použité.

Pre účely kontroly správnosti riešenia sú za každou kapitolou uvedené výsledky úloh.

Ukážka zadania (úloha je zaradená v I. kapitole):

Napíšte racionálne číslo $2,\overline{7}$ v tvare zlomku.

I.+ II.+ III.+ X.

Výsledok: $\frac{25}{9}$

Vysvetlenie k uvedeným zručnostiam:

Pre nájdenie správneho riešenia úlohy využil žiak tieto zručnosti:

- I. – Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi spôsobmi (40 %)
- II. – Numerické zručnosti (30 %)
- III. – Práca so znakmi (symbolmi) (20 %)
- X. – Správnosť logickej úvahy (10 %)

Boli by sme radi, keby ste náš súbor úloh vnímali aj ako námet k vlastnej tvorivosti. Neváhajte uvedené úlohy obmieňať a používať ich pri precvičovaní podľa vlastného názoru a svojich potrieb. Pri precvičovaní matematických zručností, v ktorých robia žiaci najviac chýb, je nutné zamerať sa na také úlohy, pomocou ktorých žiaci pochopia podstatu veci a logické zákonitosti.

V nasledujúcom súbore úloh možno nájsť pre sústavné a dôsledné precvičovanie také motivačné úlohy, v ktorých žiak:

- využíva potrebnú matematickú symboliku a matematický jazyk,
- formuluje a rieši reálne situácie,
- matematizuje jednoduché reálne situácie s využitím premenných a s využitím funkčných vzťahov,
- vyhľadáva, vyhodnocuje a spracováva údaje, porovnáva súbory údajov,
- charakterizuje a triedi základné rovinné útvary, zdôvodňuje a využíva polohové a metrické vlastnosti základných rovinných útvarov pri riešení úloh a jednoduchých problémov,
- analyzuje a rieši aplikačné geometrické úlohy s využitím osvojeného matematického aparátu,
- určuje a charakterizuje základné priestorové útvary, analyzuje ich vlastnosti,
- rieši úlohy na priestorovú predstavivosť, aplikuje a kombinuje poznatky a zručnosti z rôznych tematických a vzdelávacích oblastí,
- používa logické úvahy a kombinačný úsudok pri riešení úloh a problémov a nachádza rôzne riešenia predkladaných a skúmaných situácií,
- dokáže ovládať a používať jednoduché pomôcky, ktoré uľahčujú zložitejšie matematické úkony (tabuľka, kalkulačka, počítač).

Vážené kolegyně a kolegovia,

dúfame, že náš didaktický materiál so súborom úloh vám pomôže pri vyučovaní. Snažme sa spoločne zo všetkých síl poskytnúť našim žiakom potrebné znalosti a zručnosti, ktoré budú potrebovať na to, aby sa v budúcnosti uplatnili v osobnom, profesijnom aj občianskom živote. Pekný vzťah žiakov k matematike bude našou odmenou.

Autori

Milí žiaci,

práve ste si otvorili súbor úloh z matematiky pre stredné školy, ktorý je zameraný na rozvoj matematických zručností, ktoré vás sprevádzajú odvtedy, ako ste sa začali učiť matematiku. Cieľom súboru úloh je zlepšiť vaše matematické zručnosti a záleží iba od vás, či si prepočítate úlohy z celého súboru alebo sa zameriате iba na niektoré zručnosti, ktoré vám spôsobujú najväčšie problémy. Súbor úloh je rozdelený do desiatich kapitol podľa zručností a v každej z nich nájdete aritmetické, algebrické aj geometrické úlohy.

Ktoré zručnosti si môžete pomocou tohto súboru úloh rozvíjať? Pozrite sa na ich prehľad a charakteristiku toho, čo by ste mali zvládnuť.

Prehľad zručností a ich charakteristika pre žiakov SŠ

I. Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi spôsobmi

Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu sa zameriava najmä na ovládanie číselných oborov a ich zobrazenie na číselnej osi. Žiak strednej školy musí zvládnuť rozlíšiť rôzne číselné obory (prirodzené čísla, celé čísla, racionálne čísla, iracionálne čísla, reálne čísla) a chápať inklúziu medzi nimi. Musí zvládnuť rôzne zápisy čísel aj celku (zlomok, desatinné číslo, pomer, percento, promile) a musí byť schopný pracovať s odlišnými typmi čísel.

II. Numerické zručnosti

Medzi základné numerické schopnosti žiaka patrí uskutočňovanie operácií sčítania, odčítania, násobenia, delenia, umocňovania a odmocňovania číselných aj algebrických výrazov. Žiak strednej školy má ovládať efektívne metódy výpočtov s použitím zákonov súvisiacich s matematickými operáciami (komutatívny, asociatívny, distributívny).

III. Práca so znakmi (symbolmi)

Práca s matematickými symbolmi je primárna zručnosť žiaka strednej školy nielen v matematike, ale aj vo fyzike, chémii a v ďalších prírodovedných a technických oblastiach. Pochopenie symbolov operácií (+, -, ·, :), zápisov vyjadrujúcich mocniny a odmocniny a pravidiel o priority operácií je základom pre riešenie úloh zameraných najmä na aritmetiku a algebru. Prácu so znakmi a uskutočnenie symbolického zápisu musí žiak ovládať aj v geometrii - pre zápis bodu, priamky, uhla, mnohoúhelníka, telies a podobne, vrátane zvládnutia symbolického zápisu ich vlastností a vzájomných vzťahov (rovnobežnosť, rôznobežnosť, kolmost' a podobne).

IV. Orientácia a práca s tabuľkou

Orientácia a práca s tabuľkou je zručnosť, pri ktorej žiak uskutočňuje myšlienkové operácie vzhľadom na grafické usporiadanie údajov v tabuľke. Žiak strednej školy musí rozpoznať logické pravidlá pre umiestnenie údajov, musí sa vedieť orientovať v tabuľke typu $N \times M$, prípadne vo viacerých súvisiacich tabuľkách a musí vedieť efektívne pracovať s údajmi v tabuľke. Rovnako musí žiak vedieť zostaviť z textu prehľadnú tabuľku údajov pre zápis poznatkov a výsledkov. S tabuľkami sa často stretávame v bežnom živote (cestovný poriadok,

úrokové sadzby, športové výsledky a podobne). S rozvojom tejto zručnosti získava žiak najmä kompetenciu pre riešenie problémov a komunikatívne kompetencie. Posilňuje si aj kompetenciu pre učenie a sociálne a personálne kompetencie.

V. Grafické vnímanie

Grafické vnímanie je schopnosť nielen dobre pomenovať jednotlivé elementy na obrázku (napríklad úsečka, kolmost' priamok, bod na priamke, atď.), ale taktiež vedieť si pod náčrtom predstaviť konkrétnu situáciu. Žiak strednej školy by mal vedieť z textového zadania načrtnúť príslušné grafické schémy, doplniť ich správne číselnými údajmi, prípadne schematickými značkami. Ak má žiak problémy s grafickým vnímaním, prejaví sa to najmä pri riešení geometrických a slovných úloh, ktoré môžu pôsobiť neprehľadne, pretože pre ich pochopenie je potrebné zhotoviť výstižný náčrt.

VI. Práca s diagramom a grafom

Pracovať s grafom znamená vedieť prečítať a zaznamenať určité informácie vo forme rôznych typov grafov. Žiak sa najčastejšie stretáva s takzvaným XY bodovým grafom, do ktorého sa zaznamenávajú súradnice bodov, a to pri riešení nielen matematických, ale napríklad aj fyzikálnych úloh. Žiak strednej školy musí vedieť z príslušnej tabuľky alebo pomocou vhodného výpočtu získať súradnice bodov a zaznamenať ich do grafu. Taktiež musí vedieť z grafu konkrétne súradnice bodov nachádzajúcich sa v grafe. Rovnako žiak musí z textu slovnej úlohy vedieť zakresliť väzbu veličiny alebo zaznamenať priebeh funkcie.

VII. Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi

Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi je schopnosť rozpoznať rôzne typy mnohoúhelníkov a základných rovinných útvarov (priamka, uhol, ..) a taktiež ovládanie vlastností týchto útvarov. Žiak strednej školy musí vedieť pomenovať základné rovinné útvary (trojuholník, štvorec, obdĺžnik, kosoštvorec, kosodĺžnik, rovnobežník, deltoid, lichobežník, kruh, pravidelné n -uholníky), poznať ich špecifické vlastnosti, dokázať vypočítať ich obvod aj obsah, vedieť ich pomocou vhodných konštrukčných postupov aj narysovať. Taktiež musí vedieť zložitejšie rovinné obrazce rozdeliť na jednoduchšie rovinné útvary, pri ktorých vie vypočítať obvod aj obsah. Pri výpočte v slovných úlohách by mal používať poznatky o zhodnosti, podobnosti a rovnolehlosti.

VIII. Priestorová predstavivosť

Priestorová predstavivosť je schopnosť vnímať príslušné objekty v priestore a vyhodnocovať ich vzájomnú polohu. Žiak strednej školy musí mať základné poznatky o telesách, musí vedieť rozpoznať a narysovať hranoly (pravidelný kolmý hranol, kocka, kváder) a rotačné telesá (kužeľ, valec), musí ovládať základné vlastnosti telies a výpočet ich povrchu a objemu. Taktiež musí vedieť rozdeliť zložitejšie priestorové útvary na jednoduchšie útvary, pri ktorých vie vypočítať ich povrch a objem. Pri výpočte slovných úloh by mal používať poznatky o zhodnosti, podobnosti a rovnolehlosti.

IX. Funkcia ako vzťah medzi veličinami

Vnímanie funkcie ako vzťahu medzi veličinami je zručnosť, pomocou ktorej žiak rozpoznáva prioritu matematických operácií. Žiak strednej školy musí vedieť upraviť algebrické výrazy, zostaviť rovnicu, upraviť jej

zápis a nájsť jej riešenie. Pri úpravách algebraických výrazov má význam rozklad výrazu na súčin, použitie vzorcov $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$, vynímanie pred zátvorku, umocňovanie a odmocňovanie výrazov.

X. Správnosť logickej úvahy

Logická úvaha je zložitý myšlienkový proces, ktorý je založený na analýze a syntéze, ktorých hlavným predpokladom je to, že žiak porozumel predchádzajúce učivo. Správnosť logickej úvahy môžeme chápať ako schopnosť „vidieť“ jednotlivé kroky smerujúce k vyriešeniu úlohy, teda vytvoriť algoritmus riešenia danej úlohy. Žiak strednej školy potrebuje určitú mieru logickej úvahy pri riešení väčšiny matematických úloh, ktoré sú zadané a riešené numericky, slovne alebo graficky. Žiak musí počas analýzy matematického problému vnímať jednotlivé väzby a vzťahy zadaných informácií, musí hľadať určité pravidlo, pomocou ktorého by danú úlohu vyriešil. Po nájdení tohto pravidla uskutočňuje syntézu, teda ujasní si postup smerujúci k dokončeniu riešenia úlohy.

Ako už iste viete, matematika je veľké dobrodružstvo v myslení a úroveň toho vášho je okrem iného závislá aj od toho, ako zvládnete matematické zručnosti. Prajeme vám veľa radosti a osobného uspokojenia pri ich nadobúdaní a zvládaní.

Teraz sa už môžete venovať riešeniu úloh.

Autori

I. Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu;

zápis celku rôznymi spôsobmi

Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu sa zameriava najmä na poznatky o číselných oboroch a ich zobrazení na číselnej osi. Žiak strednej školy musí zvládnuť rozlíšiť rôzne číselné obory (prirodzené čísla, celé čísla, racionálne čísla, iracionálne čísla, reálne čísla) a chápať inklúziu medzi nimi. Žiak musí zvládnuť rôzne zápisy čísel aj celku (zlomok, desatinné číslo, pomer, percento, promile) a musí byť schopný pracovať s odlišnými typmi čísel.

1. Zaokrúhlite čísla 35,5; 2,66; 173; 0,0222; 6,0123 na dve platné číslice.

I.

2. Dané sú čísla 18 a 24. Ktoré číslo dostanete, ak sčítate ich najväčší spoločný deliteľ a najmenší spoločný násobok? Označte správny výsledok.

a) 42

b) 48

c) 66

d) 72

e) 78

I. + X. + II. + IV.

3. Určte prirodzené číslo, ktoré sa po zmenšení o 3 rovná svojej polovici zväčšenej o 2.

I. + II. + IX.

4. Ktorá z nasledujúcich rýchlostí je najmenšia? Označte správny výsledok.

a) $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

b) $1\,080 \frac{\text{m}}{\text{min}}$

c) $21 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

d) $0,024 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

I. + II. + IX. + IV.

5. Usporiadajte podľa veľkosti nasledujúce objemy: $V_1 = 0,03 \text{ m}^3$; $V_2 = 25 \text{ l}$; $V_3 = 0,5 \text{ hl}$.

Označte správny výsledok.

a) $V_2 < V_1 < V_3$ b) $V_1 < V_2 < V_3$ c) $V_1 < V_3 < V_2$ d) $V_2 > V_1 > V_3$

I. + IX. + III. + IV.

6. Koľkokrát je číslo $3 \cdot 10^6$ väčšie ako číslo $6 \cdot 10^3$? Označte správny výsledok.

a) 2 b) 2 000 c) 500 d) 5 000

I. + II. + IV.

7. Koľkokrát je číslo (-600) menšie ako číslo (-60) ? Označte správny výsledok.

a) -10 b) 10 c) 2 d) 100

I. + II. + IV.

8. Nájdite najväčšie celé číslo z , ktoré je riešením nerovnice $\frac{16-z}{10} - \left(3 - \frac{z-1}{5}\right) < 4,8 - \frac{z-3}{10}$.

Označte správny výsledok.

a) $z = 5$ b) $z = 15$ c) $z = 16$ d) $z = 34$ e) $z = 33$

I. + II. + III. + IX. + IV.

9. Vyjadrite zlomok $\frac{0,1^{-2} \cdot (0,1^3)^2}{(10^{-2})^3 \cdot 100000}$ v tvare $a \cdot 10^k$, kde $a \in \langle 1; 10 \rangle$, $k \in \mathbb{Z}$.

I. + II. + IX.

10. Určte, pre ktoré čísla $m \in \mathbb{R}$ je zlomok $\frac{5m-8}{2m-1}$ nezáporný. Označte správny výsledok.

a) $m \in (1, 6; \infty)$ b) $m \in (-\infty; 0, 5) \cup (1, 6; \infty)$ c) $m \in (0, 5; 1, 6)$

d) $m \in \langle 0, 5; 1, 6 \rangle$ e) $m \in (-\infty; 0, 5) \cup (1, 6; \infty)$

I. + IX. + II. + III. + IV.

11. Zistíte, koľko existuje celých čísel z , pre ktoré platí $15 < |50 - z| \leq 23$. Označte správny výsledok.

a) 16 b) 18 c) 46 d) 47

I. + II. + III. + IX. + IV.

12. Určte súčin druhých mocnín koreňov kvadratickej rovnice $x^2 - x - 6 = 0$. Označte správny výsledok.

a) -6 b) 6 c) 13 d) -13 e) 36

I. + II. + IX. + IV.

13. Racionálne číslo $2, \overline{7}$ napíšte v tvare zlomku.

I. + II. + III. + X.

14. Z prirodzených čísel 1, 2, ..., 10 určte tie, ktoré vyhovujú nasledujúcim výrokovým funkciám:

- a) n je väčšie ako 5 a zároveň párne.
- b) n nie je párne a je prvočíslo.
- c) n nie je menšie ako 4 a je prvočíslo.

- d) n je párne, väčšie ako 5 a nie je prvočíslo.
 e) n je nepárne a zároveň prvočíslo.
 f) n je nepárne, je menšie ako 6 alebo je prvočíslo.
 g) n nie je ani párne ani prvočíslo.
 h) Nie je pravda, že n je väčšie ako 6 a nie je prvočíslo.
 i) Nie je pravda, že n je nepárne a menšie ako 7 a zároveň n je väčšie ako 4 a je prvočíslo.

I. + X. + II. + IX.

Na číselnej osi znázornite a vo forme intervalu zapíšte tieto množiny:

- a) $\{x \in \mathbb{R}; -3 \leq x \leq 2\}$
 b) $\{x \in \mathbb{R}; -4 < x \leq -1\}$
 c) $\{x \in \mathbb{R}; 0 \leq x < 6\}$
 d) $\{x \in \mathbb{R}; |x - 4| > -2\}$
 e) $\{x \in \mathbb{R}; |x + 1| < 5\}$
 f) $\{x \in \mathbb{R}; |x| \geq 2\}$
 g) $\{x \in \mathbb{R}; |x| > 3 \wedge |x| < 2\}$
 h) $\{x \in \mathbb{R}; |x - 2| < 1 \wedge |x| < 2\}$
 i) $\{x \in \mathbb{R}; |x + 4| \leq 3\}$

I. + V. + III. + IX.

15. Určte vzťah inklúzie medzi množinami:

- a) $\{0; 1; 2\}; \langle 0; 2 \rangle; \{0\}; \emptyset$ b) $\{2\}; \langle 2; 8 \rangle; \{2; 2^3\}; (2; 8)$

I. + III.

16. Určte doplnok množiny B v množine A , ak:

- a) $A = \{-3; -0,5; 0; 1; 2\}; B = \{-0,5; 0; 3\}; B'_A =$
 b) $A = \mathbb{Z}; B = \{x \in \mathbb{Z}; x > 0\}; B'_A =$
 c) $A = \{x \in \mathbb{Z}; x < 5\}; B = \{x \in \mathbb{Z}; x \geq 7\}; B'_A =$

I. + III.

17. Určte definičný obor funkcie $g : y = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|}$.

I. + II. + IX. + III.

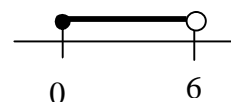
18. Pre ktoré x platí rovnosť $\sqrt[x+2]{8} = \sqrt[x+1]{4}$?

I. + II. + III.

Výsledky I.

1. 36; 2,7; 170; 0,022; 6,0
 2. e) 78

3. 10



4. b) $1\,080 \frac{\text{m}}{\text{min}}$

5. a) $V_2 < V_1 < V_3$

6. c) 500

7. b) 10

8. e) $z = 33$

9. $1 \cdot 10^{-3}$

10. b) $m \in (-\infty; 0,5) \cup \langle 1, 6; \infty)$

11. a) 16

12. e) 36

13. $\frac{25}{9}$

14.

a) 6, 8, 10

b) 3, 5, 7

c) 5, 7

d) 6, 8, 10

e) 3, 5, 7

f) 1, 3, 5, 7

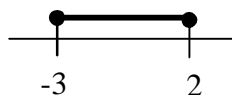
g) 1, 9

h) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

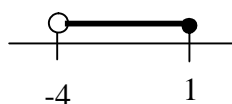
i) 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10

15.

a) $\langle -3; 2 \rangle$

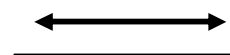


b) $(-4; -1 \rangle$

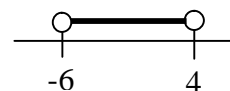


c) $\langle 0; 6 \rangle$

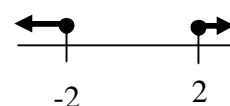
d) $(-\infty; \infty)$



e) $(-6; 4)$



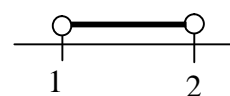
f) $(-\infty; -2 \rangle \cup \langle 2; \infty)$



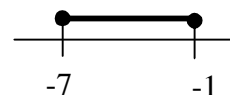
g) \emptyset



h) $(1; 2)$



i) $\langle -7; -1 \rangle$



16.

a) $\emptyset \subset \{0\} \subset \{0; 1; 2\} \subset \langle 0; 2 \rangle$

b) $\{2\} \subset \{2; 2^3\} \subset \langle 2; 8 \rangle$

$\{2\} \subset (2; 8) \subset \langle 2; 8 \rangle$

17.

a) $B'_A = \{3\}$

b) $B'_A = Z_0^-$

c) $B'_A = B$

18. $D(g) = R - \{0\}$

19. $K = \{1\}$

II. Numerické zručnosti

Medzi základné numerické schopnosti žiaka patrí uskutočňovanie operácií sčítania, odčítania, násobenia, delenia, umocňovania a odmocňovania číselných aj algebraických výrazov. Žiak strednej školy má ovládať efektívne metódy výpočtov s použitím zákonov súvisiacich s matematickými operáciami (komutatívny, asociatívny, distributívny).

1. Po prirhade jazdia dookola tri parniky. Trvanie ich okružnej jazdy je 1 hodina, 0,75 hodiny a 0,5 hodiny. O koľkej sa prvý raz znovu všetky tri parniky stretnú v prístave, ak z neho súčasne vyplávali o ôsmej hodine ráno? Označte správny výsledok.

- a) o 11:00 h b) o 12:00 h c) o 13:00 h d) o 14:00 h e) o 15:00 h

II.+ X.+ IV.

2. Doplňte zátvorku tak, aby platilo:

- a) $3 \cdot 3 + 3 = 18$
b) $3 \cdot 3 + 3 + 3 = 21$
c) $3 + 3 + 3 \cdot 3 + 3 = 30$.

II. + X. + III. + IX.

3. Doplňte zátvorku tak, aby platilo:

- a) $5 + 5 \cdot 5 - 5 = 45$
b) $5 + 5 + 5 \cdot 5 = 55$
c) $5 + 5 + 5 \cdot 5 = 75$.

II. + X. + III. + IX.

4. Daný je výraz $\frac{3x^2 - 15x}{25 - x^2}$.

- a) Zjednodušte ho.
b) Určte jeho definičný obor.
c) Vypočítajte jeho hodnotu pre $x = -\frac{1}{3}$.

II. + III.

5. V obci je maximálna povolená rýchlosť jazdy $50 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Motocyklista prešiel cez obec rýchlosťou $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Prekročil maximálnu povolenú rýchlosť?

II. + X.+ III. + IX.

6. Nájdite usporiadanú dvojicu, pre ktorú majú výrazy $V_1(x, y)$ a $V_2(x, y)$ rovnakú hodnotu, pričom

$V_1(x, y) = (2y - 1)^2 - (x - 1)^3$ a $V_2(x, y) = 10y^2 - (x + 1)^3 + 7$. Označte správny výsledok.

- a) $[-1; -2]$ b) $[1; -1]$ c) $[1; 0]$ d) $[1; 1]$ e) $[-2; 2]$

II. + IV. + IX.

7. Koľkými spôsobmi môžeme rozmeniť dvadsaťeurovú bankovku pomocou jednéhoeurových a dvojeurových mincí a päťeurových bankoviek?

II. + X.

8. Cena spotrebného tovaru sa zvýšila o 10 % a potom o 10 % poklesla. O koľko percent sa zmenila pôvodná cena?

II. + X. + I.

9. Doplňte jedno zo slov: ASPOŇ, PRÁVE, NAJVIAC, EXISTUJE, KAŽDÝ/KAŽDÉ tak, aby výrok bol pravdivý.

- a) Každé prvočíslo má _____ dva rôzne delitele.

- b) _____ prirodzený násobok čísla 4 je párne číslo.
 c) Dve rôzne priamky v rovine môžu mať _____ jeden spoločný bod.
 d) _____ trojuholník, ktorý je rovnostranný.
 e) _____ racionálne číslo sa dá vyjadriť v tvare zlomku.
 f) Nerovnici $x^2 < 5$ vyhovujú _____ dve prirodzené čísla.
 g) _____ podiel dvoch prirodzených čísel je kladné číslo.

II. + X. + III.

10. V triede je 25 študentov, z ktorých je 10 výborných plavcov a 12 skvelých lyžiarov. Oba športy perfektne ovláda päť študentov. Určte, koľko študentov

- a) výborne pláva alebo lyžuje,
 b) nevie výborne plávať ani lyžovať.

II. + X. + V.

11. Vypočítajte.

a) $4 \cdot |2 - 4,5| + \left| -0,3 + \frac{2}{5} \right| - 3 \cdot |1 - \sqrt{2}| + \sqrt{(2 + 3\sqrt{2})^2}$

b) $\left[\left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4} \right) : \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \right) \right] \cdot \frac{\frac{3}{8} - \frac{7}{12}}{\frac{3}{4} - \frac{7}{8}}$

c) $\frac{2^{-3} \cdot 2^{12}}{(2^{-2})^3}$

d) $(6 \cdot 2^{-2} - 3 \cdot 2^{-1}) : \left(\frac{7}{10} \right)^{-2}$

e) $\sqrt{50} - \sqrt{96} + \sqrt{32}$

f) $\sqrt{(-3)^2} - \sqrt{3^2} + \sqrt{-(-2)^3}$

II. + III.

12. Určte, pre ktoré x z množiny reálnych čísel

a) je výraz $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$ definovaný, b) má výraz $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$ hodnotu 0.

II. + I. + III.

13. Určte súčet druhých mocnín koreňov kvadratickej rovnice $x^2 - 4x - 21 = 0$. Označte správny výsledok.

- a) 58 b) 40 c) -58 d) 40 e) 21

II. + I. + IX. + IV.

14. Určte, pre ktoré $x \in R$ má výraz $\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}} - 1$ zmysel.

II. + III. + IX.

15. Vypočítajte.

a) $2 \cdot (\sqrt{196} - 3\sqrt{80}) + \sqrt[3]{64} - \sqrt{45} =$

b) $6\sqrt{20} + 2\sqrt{125} - 3\sqrt{18} + \sqrt{72} - 4\sqrt{180} - \sqrt{48} =$

c) $(5\sqrt{2} - \sqrt{5})(2\sqrt{2} + \sqrt{18} - \sqrt{20}) =$

d) $(5\sqrt{2} + 4\sqrt{3})(5\sqrt{2} - 4\sqrt{3}) =$

e) $\left[\sqrt{324} + \left(\sqrt[3]{125} - \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{12}} \right) \cdot 2 \right] + \sqrt{32} =$

f) $3 \cdot \left[\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{63}} - 2 \cdot \sqrt{96} \right] + \sqrt{361} + 3 \cdot \sqrt{24} =$

g) $\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}} \cdot \sqrt{2} + 6 \cdot \frac{\sqrt{96}}{\sqrt{4 \cdot 5 + 7}} =$

II. + III. + IX.

16. Označte správny výsledok. Číslo $\left(\sqrt{22 + 12\sqrt{2}} - \sqrt{22 - 12\sqrt{2}} \right)^2$

a) je záporné,

b) sa rovná nula,

c) je štvrtou mocninou prirodzeného čísla,

d) sa rovná $11\sqrt{2}$,

e) je prirodzeným násobkom čísla 5.

II. + III. + IX. + IV.

17. Vypočítajte.

a) $2 \cdot \log_5 25 + 3 \cdot \log_2 64 + \log_3 \frac{1}{9} =$

b) $2 \cdot \log_3 \sqrt{27} - \log_3 1 + \log_3 \frac{1}{27} - \log_3 3 =$

II. + III.

18. Bez použitia kalkulačky rozhodnite, či sú dané výroky pravdivé.

a) $\left(\frac{6}{7} \right)^{2,5} < \left(\frac{6}{7} \right)^{2,4}$

b) $\left(\frac{4}{3} \right)^{1,4} < \left(\frac{4}{3} \right)^{1,3}$

c) $\left(\frac{2}{7} \right)^{-1,2} < \left(\frac{2}{7} \right)^{-2,1}$

II. + IX.

Výsledky II.

1. a) o 11:00 h

2.

a) $3 \cdot (3 + 3) = 18$

b) $3 \cdot (3 + 3) + 3 = 21$

c) $(3 + 3 + 3) \cdot 3 + 3 = 30$

3.

a) $(5 + 5) \cdot 5 - 5 = 45$

b) $5 + (5 + 5) \cdot 5 = 55$

c) $(5 + 5 + 5) \cdot 5 = 75$

4.

a) $-\frac{3x}{5+x}$

b) $x \neq \pm 5$

c) $\frac{3}{14}$

5. áno, o $4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

6. b) $[1; -1]$

7. 29

8. znížila sa o 1 %

9.

a) práve

b) každý

c) najviac

d) existuje

e) každé

f) najviac

g) každý

10.

a) 17

b) 8

11.

a) 15,1

b) $\frac{5}{33}$

c) 2^{15}

d) 0

e) $9\sqrt{2} - 4\sqrt{6}$

f) $2 \cdot \sqrt{2}$

12.

a) $x \neq 2$

b) $x = -2$

13. a) 58

14. $x \in (-\infty; -1) \cup (2; \infty)$

15.

a) $32 - 27\sqrt{5}$

b) $-3\sqrt{2} - 4\sqrt{3} - 2\sqrt{5}$

c) $60 - 15\sqrt{10}$

d) 2

e) $28 + \sqrt{2}$

f) $19 + \sqrt{2} - 18\sqrt{6}$

g) $2 + 8\sqrt{2}$

16. c) $2^4 = 16$

17.

a) 22,5

b) $2\frac{1}{3}$

18.

a) áno, platí

b) nie, neplatí

c) áno, platí

III. Práca so znakmi (symbolmi)

Práca s matematickými symbolmi je primárna zručnosť žiaka strednej školy nielen v matematike, ale aj vo fyzike, chémii a v ďalších prírodovedných a technických odboroch. Pochopenie symbolov operácií (+, -, ·, :), zápisov vyjadrujúcich mocniny a odmocniny a pravidiel o prioritě operácií je základom pre riešenie úloh zameraných najmä na aritmetiku a algebru. Prácu so znakmi a uskutočnenie symbolického zápisu musí žiak ovládať aj v geometrii - pre zápis bodu, priamky, uhla, mnohoúhelníka, telies a podobne, vrátane zvládnutia symbolického zápisu ich vlastností a vzájomných vzťahov (rovnobežnosť, rôznobežnosť, kolmosť a podobne).

1. Zorad'te hustoty $\rho_1 = 1 \text{ t.m}^{-3}$; $\rho_2 = 1 \text{ kg.dm}^{-3}$; $\rho_3 = 7,3 \text{ g.cm}^{-3}$ podľa veľkosti.

III. + I. + II.

2. Usmernite zlomky.

a) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}}$

b) $\frac{2}{3 - \sqrt{5}}$

III. + II.

3. Určte hodnotu zlomku
$$0,1 \cdot \frac{2}{5} + \frac{5}{6} : \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{\left(-\frac{2}{5} \right)^2 - \sqrt{\frac{100}{625}}}{1}$$

III. + II.

4. Český turista si kúpil v zmenárni 80 euro (1 euro = 26 Kč) na dovolenku. Poplatok bol 1,5 % z čiastky, ktorú zaplatil v Kč. Koľko Kč zaplatil spolu?

III. + X. + II.

5. Určte mierku mapy, ak dĺžke 40 mm na mape zodpovedá v skutočnosti:

a) 20 km,

b) 4 km.

III. + X. + II. + IX.

6. Pre ktorú z uvedených nerovnic je množinou všetkých jej riešení v obore reálnych čísel interval $(-1; 4)$? Vyberte jednu z uvedených možností.

a) $(x-1)(x+4) > 0$

b) $(x+1)(x-4) > 0$

c) $(x-1)(x+4) < 0$

d) $(x+1)(x-4) < 0$

III. + I. + II. + IV.

7. Koľko kladných celých čísel z vyhovuje nerovnici $\frac{z-2}{z^2-9} < 0$? Označte správnu z uvedených možností.

a) ani jedno,

b) jedno,

c) dve,

d) tri.

III. + IX. + I. + II. + IV.

8. Aritmetický priemer piatich po sebe idúcich prirodzených čísel je 25. Určte súčet prvého a posledného čísla.

III. + II. + X.

9. Určte hodnotu nasledujúcich číselných výrazov.

a) $[-3,5 - (-6,5 + 4)^2] \cdot |-8 + (-3,5 + 0,5)| =$

b) $[-7,5 - (-5,5 + 4)^2] \cdot |-6 + (-2,5 + 0,5)| =$

III.+ I. + II.

10. Upravte nasledujúce výrazy pomocou vhodných vzorcov a vypočítajte ich hodnotu.

a) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 + (\sqrt{5} - \sqrt{2})^2 =$

b) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 =$

c) $(\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{4 + \sqrt{7}})^2 =$

d) $(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^3 =$

III. + II. + IX.

11. Rovnica $x^2 + bx - 9 = 0$ má jeden koreň $x_1 = -\frac{3}{2}$. Určte druhý koreň x_2 a koeficient b .

III. + IX. + II.

12. Rovnica $x^2 + 2(m+1)x + m^2 - 3 = 0$ s reálnym parametrom m má práve jedno riešenie v obore reálnych čísel, ak Označte správne riešenie.

a) $m = 2$ b) $m = -2$ c) $m = 1$ d) $m = -1$ e) $m = 3$

III. + IX. + II.+ IV.

13. Rozhodnite o pravdivosti konjunkcií, disjunkcií, alternatív, implikácií a ekvivalencií:

a) $(3 + 4 = 7) \wedge (5 < 6)$

b) $(3 \neq 13) \vee (3 = 3)$

c) $(2 \cdot 3 = 5) \Leftrightarrow (6 - 2 \neq 3)$

d) $(7 < 9) \underline{\vee} (7 | 8)$

e) $(17 < 12) \Rightarrow (12 < 12)$

f) $(4 | 21) \Leftrightarrow (3 - 5 > 2^2)$

g) $(7 + 3 < 11) \wedge (110 | 101)$

h) $(4 | 124) \Rightarrow (3 | 613)$

III. + IX. + I. + II.

14. Nájdite všetky množiny X , pre ktoré je $A \cup X = B$, ak $A = \{x \in N; x \leq 1\}$, $B = \{x \in N; x < 5\}$.

III. + X. + I.

15. Dané sú intervaly $K = \langle 3; 5 \rangle, L = \langle 2; 5 \rangle, M = (3; 6), N = (2; 6)$. **Vyjadrite pomocou nich intervaly:**

a) $\langle 3; 6 \rangle,$

b) $(2; 5).$

III. + V.

16. Zapište nasledujúce množiny charakteristickou vlastnosťou a vymenovaním ich prvkov:

a) množina všetkých prirodzených čísel väčších ako päť a menších ako dvanásť,

b) množina všetkých celých čísel, ktoré sú riešením rovnice $x(x-1) = 0$,

c) množina všetkých prirodzených čísel väčších ako tri a menších ako šesť,

d) množina všetkých celých čísel, ktoré sú riešením rovnice $x^2 - 1 = 0$.

III. + II.

17. Ktorý zo vzťahov $0 < a < 1$ **alebo** $a > 1$ **platí, ak:**

a) $a^{\frac{3}{5}} < a^{\frac{4}{5}},$

b) $a^{\frac{2}{7}} > a^{\frac{5}{7}},$

c) $a^{-\frac{1}{2}} < a^{-\frac{1}{5}}.$

III. + II. + IX.

18. Z daných lineárnych funkcií vyberte tie, ktorých grafy sú rovnobežné s grafom funkcie $y = 2x - 1$.

a) $y = 2x - 3$

b) $y = -\frac{6+3x}{2}$

c) $y = -2x + 1$

d) $y = \frac{4x-5}{2}$

III. + IX. + II.

Výsledky III.

1. $\rho_3 > \rho_2 = \rho_1$

2.

a) $\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{6}$

b) $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

3. 4

4. 2 111,20 Kč

5.

a) 1 : 500 000

b) 1 : 100 000

6. d) $(x+1)(x-4) < 0$

7. a) ani jedno

8. 50

9.

a) -107,25

b) -78

10.

a) $15 + 2\sqrt{15} - 2\sqrt{10}$

b) $6 - 2\sqrt{6}$

c) 14

d) $34\sqrt{2} + 27\sqrt{3}$

11. $x_2 = 6, b = -\frac{9}{2}$

12. b) $m = -2$

13.

a) 1

b) 1

c) 0

d) 0

e) 0

f) 1

g) 0

h) 0

14. $X_1 = \{2, 3, 4\}, X_2 = \{1, 2, 3, 4\}$

15.

a) $N - (L - K)$

b) $(N - L)'_N$

16.

a) $\{n \in N; 5 < n < 12\} = \{6; 7; 8; 9; 10; 11\}$

b) $\{x \in Z; x(x-1) = 0\} = \{0; 1\}$

c) $\{n \in N; 3 < n < 6\} = \{4; 5\}$

d) $\{x \in Z; x^2 - 1 = 0\} = \{-1; 1\}$

17.

a) $a > 1$

b) $0 < a < 1$

c) $a > 1$

18. a), d)

IV. Orientácia a práca s tabuľkou

Orientácia a práca s tabuľkou je zručnosť, pri ktorej žiak uskutočňuje myšlienkové operácie vzhľadom na grafické usporiadanie údajov v tabuľke. Žiak strednej školy musí rozpoznať logické pravidlá pre umiestnenie údajov, musí sa vedieť orientovať v tabuľke typu NxM, prípadne vo viacerých súvisiacich tabuľkách a musí vedieť efektívne pracovať s údajmi v tabuľke. Rovnako musí žiak vedieť zostaviť z textu prehľadnú tabuľku údajov pre zápis poznatkov a výsledkov. S tabuľkami sa často stretávame v bežnom živote (cestovný poriadok, úrokové sadzby, športové výsledky a podobne). S rozvojom tejto zručnosti získava žiak najmä kompetenciu pre riešenie problémov a komunikatívne kompetencie. Posilňuje aj kompetenciu pre učenie a sociálne a personálne kompetencie.

1. Klasifikáciu žiakov 1. C z matematiky vyjadruje nasledujúca tabuľka:

známka	výborný	chválitebný	dobry	dostatočný	nedostatočný
dievčatá	1	1	7	4	0
chlapci	1	7	4	4	1

a) Aká je priemerná známka z matematiky v triede 1. C? (Zaokrúhlite ju na stotiny.)

b) Koľko chlapcov má lepšiu známku z matematiky ako je priemerná známka dievčat?

IV. + X. + II.

2. Kamaráti boli na výlete. Peniaze, ktoré každý zložil ako zálohu, všetky minuli. Pri záverečnom účtovaní si celkové výdavky rovnomerne rozdelili na osobu a deň, takže potom musel niekto doplatiť a inému sa zasa časť peňazí vrátila. Vyúčtovanie je uvedené v tabuľke.

Nižšie uvedená tabuľka je neúplná (zle čitateľné údaje boli vynechané). Doplňte správne čísla do prázdnych políčok.

Meno	počet dní	záloha (EUR)	doplatok (EUR)	preplatok (EUR)
Adam	7	540	0	36
Dávid		490	0	58
Filip	7		44	0
Ján	4		50	0

IV. + X + II.

3. V škole sú 4 triedy druhého ročníka označené písmenami A, B, C, D. V tabuľke sú uvedené počty žiakov a priemerné známky z matematiky v týchto triedach.

Vypočítajte priemernú známku z matematiky žiaka v druhom ročníku tejto školy.

Trieda	Počet žiakov	Priemerná známka
A	28	2,51
B	24	2,12
C	32	2,63
D	30	2,41

IV. + X. + II.

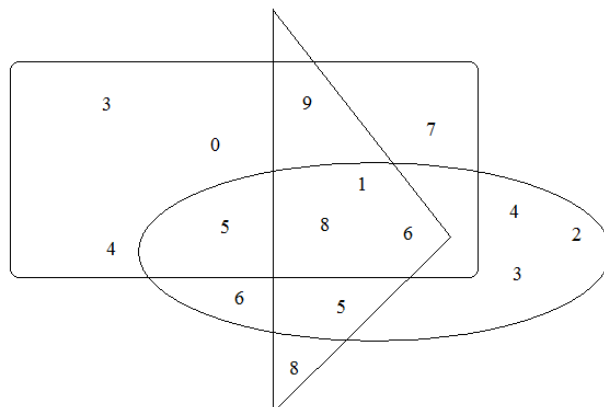
4. Pri určovaní počtu neplnoletých detí v tridsiatich vybraných rodinách boli zistené nasledujúce údaje: 1, 1, 0, 2, 3, 4, 2, 2, 3, 0, 1, 2, 2, 4, 3, 3, 0, 1, 1, 1, 2, 2, 0, 2, 1, 1, 2, 3, 3, 2. Usporiadajte získané údaje do tabuľky rozdelenia početnosti. Početnosti zobrazte aj vo forme grafu.

IV. + IX. + II. + VI.

5. Aký je súčet všetkých párnych čísel, ktoré sa nachádzajú súčasne vo vnútri obdĺžnika aj vo vnútri najväčšieho trojuholníka? Vyberte z uvedených možností správnu odpoveď.

- a) 26 b) 18 c) 14 d) 12

IV. + V. + II. + VII.



6. V divadle sú štyri kategórie platených miest na sedenie.

Ceny vstupeniak a počet miest sú uvedené v tabuľke:

kategória	cena v EUR	počet miest
lôža	11	50
prízemie	9	200
balkón	8	250
galéria	6	100
galéria II.	2	100

Koľko EUR je možné utížiť za predaj vstupeniak do lôž a na balkón? Vyberte správnu z uvedených možností.

- a) 550 EUR b) 2 000 EUR c) 2 550 EUR d) 3 800 EUR

Aká časť vstupeniak je lacnejšia ako 9 EUR? Iba jedna z možností je správna. Ktorá?

- a) deväť štrnásť, b) štyri sedminy, c) päť sedmín, d) päť štrnásť, e) dve tretiny.

IV. + X. + II.

7. Daný je pravidelný štvorboký ihlan s dĺžkou podstavu a a výškou v . Do tabuľky doplňte chýbajúce údaje. Najprv zostavte vzorec, potom urobte výpočet pre $a = 5 \text{ cm}$ a $v = 6 \text{ cm}$.

	stenová výška	obsah plášťa	objem ihlana	$ \sphericalangle \text{VBD} $
vzorec				
výpočet				

IV. + VII. + VIII. + II. + III.

8. Dané sú množiny $A = \{a, c\}$, $B = \{a, b, c, d\}$, $C = \{b, d, e\}$. Do tabuľky zapíšte:

$A \cap C =$	$A \cup C =$
$A \cap B =$	$A \cup B =$
$B \cap C =$	$C - B =$
$A - B =$	$B - A =$

IV. + X. + III.

9. Rozhodnite a do tabuľky vyznačte krížikom, či ide o výrok (V), výrokovú formu (VF) alebo hypotézu (H).

	V	VF	H
a) Vo vesmíre existuje život.			
b) x je deliteľné štyrmi			
c) $2(6 - 3x) = 3x + 12; x \in R$			
d) súčet $x + 2$			
e) Keby už prestalo snežiť!			
f) mama osôb x, y			
g) Gymnázium Trnava			

IV. + V. + X. + VII.

12. Každý žiak prvého ročníka si vybral práve dva zo štyroch ponúkaných voliteľných predmetov: Aplikovaná matematika (A_m), Cvičenia z biológie (B_c), Slovenský jazyk a podniková korešpondencia (S_k) a Dejiny umenia (D_u). Rozdelenie žiakov je uvedené v tabuľke. Čísla určujú počet žiakov v jednotlivých dvojiciach voliteľných predmetov. (Napríklad na oba voliteľné predmety A_m a C_k súčasne chodí 16 žiakov.) V poslednom stĺpci sú uvedené počty žiakov v jednotlivých voliteľných predmetoch. (Napríklad na B_c je prihlásených spolu 32 žiakov.)

Počet žiakov na vol. predmetoch	A_m	B_c	S_k	D_u	Spolu
A_m	–		16	0	
B_c	10	–	15	7	32
S_k	16		–		
D_u				–	19

- a) Doplňte všetky prázdne políčka tabuľky.
 b) Prístup do počítačovej siete majú všetci žiaci, ktorí chodia na seminár A_m alebo na seminár B_c .
 Koľko žiakov má prístup do počítačovej siete?
 c) Koľko žiakov chodí do prvého ročníka?

IV. + X. + II.

13. Rozhodnite a zaznamenajte do tabuľky, ktorá z daných funkcií je lineárna, kvadratická, prípadne lineárna lomená funkcia.....

	lineárna funkcia	kvadratická funkcia	lineárna lomená funkcia
$y = 3x; x \in R$			
$y = \frac{2}{x}; x \in R \wedge x \neq 0$			
$y = 4; x \in R$			
$y = \frac{x+7}{3}; x \in R$			
$y = 2x^2 - 1; x \in R$			

IV.+ IX.+ III.

14. Rozhodnite, ktorá z uvedených tabuliek môže byť zadaním funkcie.

a)

x	1	5	2	-1
y	1	3	9	-3

b)

x	0	2	5	2
y	0	4	10	-4

IV. + IX.

15. Doplňte tabuľku.

a	-1		2
$y = 2a^2 + 3a + 1$		6	

IV. + II. + IX.

Výsledky IV.

1.

a) 2,93

b) 12 (lepšie známky ako 3,08)

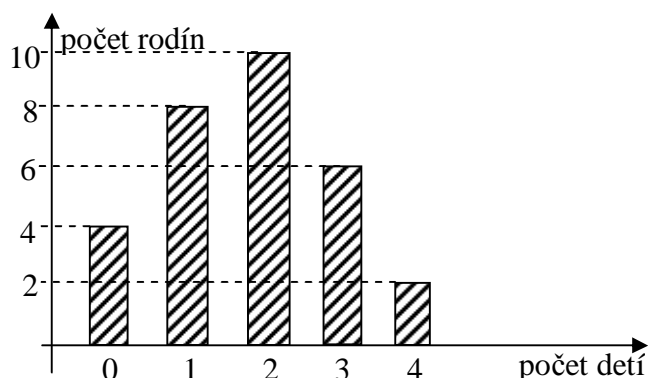
2.

Meno	počet dní	záloha (EUR)	doplatok (EUR)	preplatok (EUR)
Adam	7	540	0	36
Dávid	6	490	0	58
Filip	7	460	44	0
Ján	4	238	50	0

3. 2,44

4.

počet detí	0	1	2	3	4
počet rodín	4	8	10	6	2



5. c) 14

6. c) 2 550 EUR; a) deväť štrnásť

7.

	stenová výška	obsah plášťa	objem ihlana	$ \angle VBD $
vzorec	$v_s = \frac{\sqrt{4v^2 + a^2}}{2}$	$S_{pl} = a\sqrt{a^2 + v^2}$	$V = \frac{va^2}{3}$	$tg(\angle VBD) = \frac{v\sqrt{2}}{a}$
výpočet	$v_s = 6,5 \text{ cm}$	$S_{pl} = 65 \text{ cm}^2$	$V = 50 \text{ cm}^3$	$ \angle VBD = 59^\circ 29' 28''$

8.

$A \cap C = \emptyset$	$A \cup C = \{a, b, c, d, e\}$
$A \cap B = \{a, c\}$	$A \cup B = \{a, b, c, d\}$
$B \cap C = \{b, d\}$	$C - B = \{e\}$
$A - B = \emptyset$	$B - A = \{b, d\}$

9.

	V	VF	H
a) Vo vesmíre existuje život.	x		
b) x je deliteľné štyrmi		x	
c) $2(6 - 3x) = 3x + 12; x \in R$		x	
d) súčet $x + 2$			
e) Keby už prestalo snežiť!			
f) mama osôb x, y		x	
g) Gymnázium Trnava			
h) Lima je hlavné mesto Nepálu.	x		
i) Raz tak, potom zasa inak.			
j) $y^3 = x^3$		x	
k) Z matematiky budem mať na vysvedčení jednotku.			x
l) $y^3 - x^3$			
m) UFO existuje.	x		

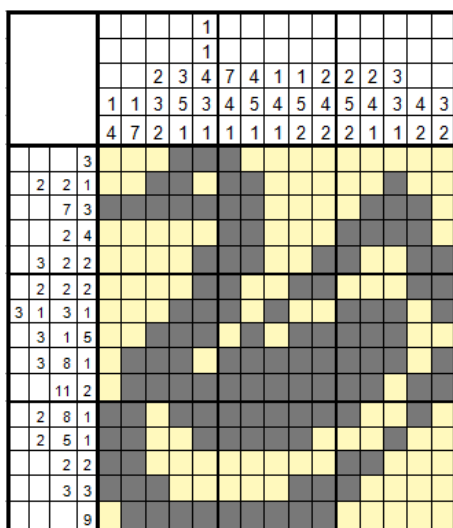
10. a)

A	B	C	$A \wedge (B \vee C) \Rightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$					
1	1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0

b)

A	B	C	$[(A \Rightarrow B) \vee (B \Leftrightarrow C)] \Rightarrow (A \Rightarrow C)$					
1	1	1	1	1	1	1	1	
1	1	0	1	1	0	1	0	
1	0	1	0	0	0	1	1	
1	0	0	0	1	1	0	0	
0	1	1	1	1	1	1	1	
0	1	0	1	1	0	1	1	
0	0	1	1	1	0	1	1	
0	0	0	1	1	1	1	1	

11.



12. a)

Počet žiakov na vol. predmetoch	A_m	B_c	S_k	D_u	Spolu
A_m	-	10	16	0	26
B_c	10	-	15	7	32
S_k	16	15	-	12	43
D_u	0	7	12	-	19

b) 48

c) 60

13.

	lineárna funkcia	kvadratická funkcia	lineárna lomená funkcia
$y = 3x; x \in R$	x		
$y = \frac{2}{x}; x \in R \wedge x \neq 0$			x
$y = 4; x \in R$	x		
$y = \frac{x+7}{3}; x \in R$	x		
$y = 2x^2 - 1; x \in R$		x	

14.

a) áno

b) nie

15.

a	-1	1	2
$y = 2a^2 + 3a + 1$	0	6	15

V. Grafické vnímanie

Grafické vnímanie je schopnosť nielen dobre pomenovať jednotlivé elementy na obrázku (napríklad úsečka, kolmosť priamok, bod na priamke, atď.), ale taktiež vedieť si pod náčrtom predstaviť konkrétnu situáciu. Žiak strednej školy by mal vedieť z textového zadania načrtnúť príslušné grafické schémy, doplniť ich správne číselnými údajmi, prípadne schematickými značkami. Ak má žiak problémy s grafickým vnímaním, prejaví sa to najmä pri riešení geometrických a slovných úloh, ktoré môžu pôsobiť neprehľadne, pretože pre ich pochopenie je potrebné zhotoviť výstižný náčrt.

1. Zmeňte nasledujúce vety tak, aby boli pravdivé:

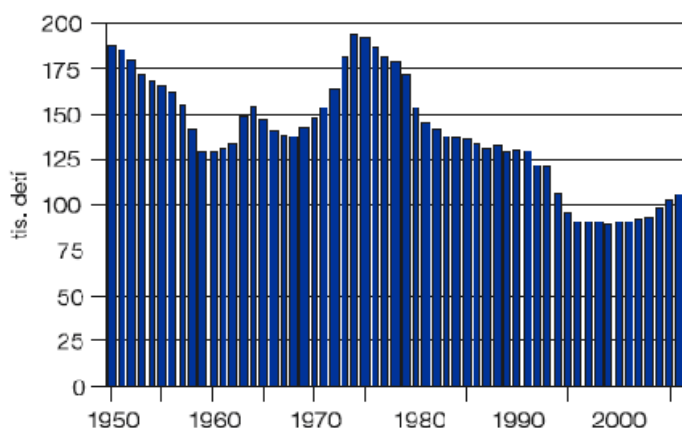
- Sečnica a kružnica majú jeden spoločný bod.
- Kruh a dotyčnica majú spoločnú úsečku.
- Tetiva a kružnica majú spoločný jeden bod.
- Dotyčnica a kružnica nemajú spoločné body.
- Tetiva a kruh majú spoločnú priamku.
- Sečnica a kružnica majú spoločnú úsečku.

V. + X. + VII.

2. Nájdite v grafe „Počet narodených detí“ odpovede na otázky:

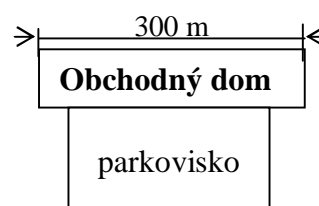
- Počet detí narodených v roku 2006 je menší ako 100 000. ÁNO – NIE
- Najviac narodených detí v sledovanom období bolo v polovici sedemdesiatych rokov minulého storočia.
ÁNO – NIE
- Dnes sa rodí o tretinu menej detí ako v prvej polovici deväťdesiatych rokov. ÁNO – NIE

Počet narodených detí



V. + VI.

3. Firma dostala povolenie na vybudovanie parkoviska s pravouholníkovým pôdorysom. Jedna strana parkoviska má priliehať k obchodnému domu a zvyšné tri strany majú byť oplotené. Dĺžka plotu nesmie presahovať 240 metrov.



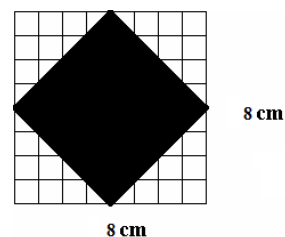
Akú najväčšiu rozlohu môže mať parkovisko?

Označte správny výsledok.

- a) 6 400 m² b) 7 000 m² c) 7 200 m² d) 8 100 m²

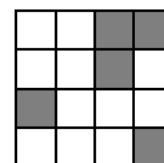
V.+ IX.+ VII. + II. + IV.

4. Určte obsah obrazca zobrazeného v centimetrovej štvorcovej sieti.



V. + VII. + II.

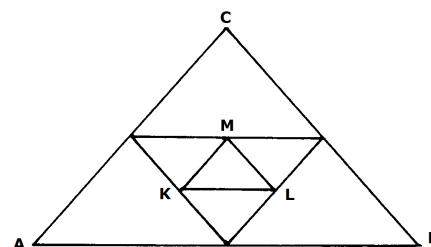
5. Určte najmenší počet štvorcíkov, ktoré ešte musíme vyfarbiť, aby výsledný obrázok bol osovo súmerný. Označte správny výsledok.



- a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

V. + VII. + IV.

6. V rovnoramennom trojuholníku ABC so stranami $c = 8$ cm a $a = b = 6$ cm je zostrojený trojuholník, ktorého strany tvoria strednú priečku pôvodného trojuholníka. V ňom je rovnakým spôsobom zostrojený $\triangle KLM$. Aký je obvod trojuholníka KLM? Označte správny výsledok.



- a) 5 cm b) 7 cm c) 8 cm d) 10 cm

V. + VII. + II. + IV.

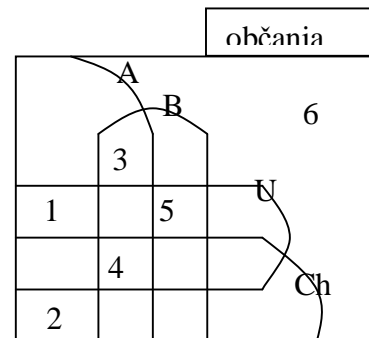
7. Množinu daných čísel zapíšte v tvare intervalu a načrtnite ju na číselnej osi.

- a) množina reálnych čísel,
- b) množina záporných reálnych čísel,
- c) množina nezáporných reálnych čísel.

V. + I. + IX.

8. Na diagrame sú znázornené štyri skupiny občanov. Majitelia automobilov (A), bicyklov (B), udíc (U) a chát (Ch) sú označení číslami 1–6. Prirad'te mená ľudí k ich správnej pozícii v diagrame.

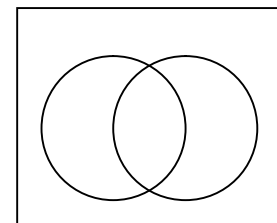
- a) Pán Xaver nie je rybár, ale má auto a chatu.
- b) Pán Ybek nemá nič zo spomínaných vecí.
- c) Pán Zavrel chodí na ryby vlastným autom, nemá však ani bicykel ani chatu.
- d) Občan T – tvoj otec. (pravdivo ho zakreslite do diagramu)
- e) Občan J – to si ty. (pravdivo sa zakreslite do diagramu)



V. + X.

9. Zjednodušte nasledujúce množinové zápisy. Využite Vennove diagrame.

- a) $M \cup (N \cap M')$ =
- b) $(M \cup N') \cap (N \cup M)$ =
- c) $(P \cap A) \cup A$ =
- d) $(P' \cup S') \cup (S \cup P')$ =

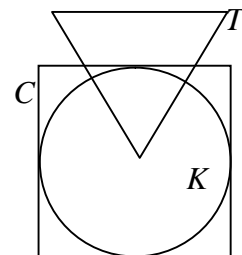


V. + VII. + III.

10. Označme množinu C všetkých bodov štvorca, K kruhu, T trojuholníka.

Vyšrafujte množiny:

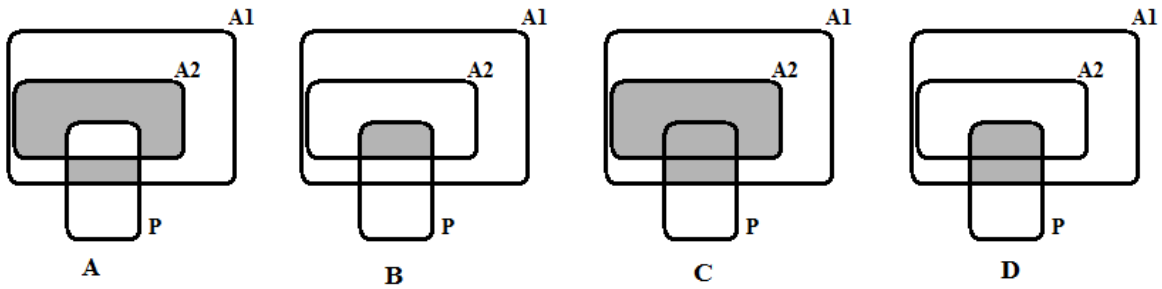
- a) $C \cap T \cap K$, b) $(T \cap C) \cup (T \cap K)$, c) $(C - K) \cup T$.



V. + VII. + III.

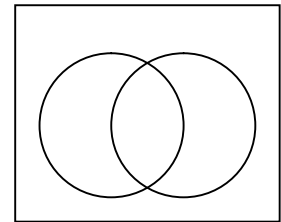
11. Primár dal príkaz: „Na oddelení smú operovať iba lekári s druhou atestáciou, prípadne lekári s prvou atestáciou, ak majú aspoň pätnásť rokov praxe.“ Na ktorom z diagramov je správne vyznačená oblasť všetkých lekárov, ktorí smú podľa tohto príkazu operovať?

(A1 – lekári s prvou atestáciou; A2 – lekári s druhou atestáciou; P – lekári s praxou aspoň pätnásť rokov)



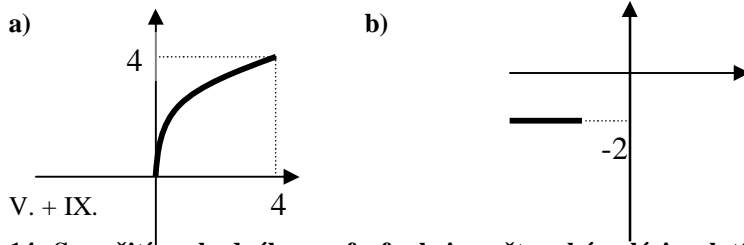
V. + X.

12. Z 25 žiakov odoberá časopis ABC 9 žiakov a časopis Krížovky 6 žiakov. 13 žiakov neodoberá ani ABC ani Krížovky. Koľko žiakov odoberá oba časopisy? (využite Vennov diagram)



V. + X. + VII.

13. Doplňte dané grafy tak, aby znázorňovali párne, prípadne nepárne funkcie.



V. + IX.

14. S využitím vhodného grafu funkcie určte, aká relácia platí medzi číslami p , r v daných prípadoch.

a) $\left(\frac{3}{7}\right)^p < \left(\frac{3}{7}\right)^r$

b) $\left(\frac{8}{5}\right)^p > \left(\frac{8}{5}\right)^r$

c) $0,7^p > 0,7^r$

V. + IX. + III.

Výsledky V.

1.

- a) Sečnica a kružnica majú *dva spoločné body*.
- b) Kruh a dotyčnica *nemajú* spoločnú úsečku.
- c) Tetiva a kružnica majú *dva spoločné body*.
- d) Dotyčnica a kružnica *majú 1 spoločný bod*.
- e) Tetiva a kruh majú spoločnú *úsečku*.
- f) Sečnica a kružnica *nemajú* spoločnú úsečku.

2.

- a) NIE
- b) ÁNO
- c) NIE

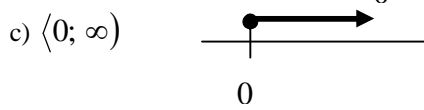
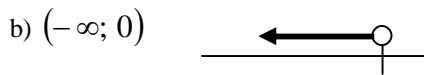
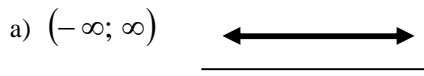
3. c) $7\,200\text{ m}^2$

4. 32 cm^2

5. b) 2

6. a) 5 cm

7.



8.

a) Xaver – 2

b) Ybek – 6

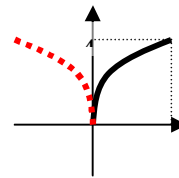
c) Zavrel – 1

9.

a) $M \cup N$

c) A

10.

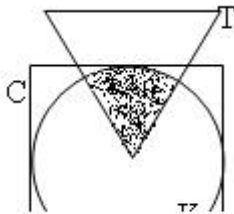


b) $M - N$

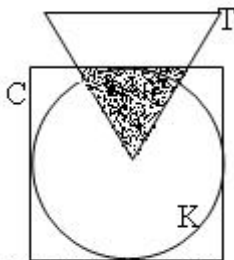
d) U

a)

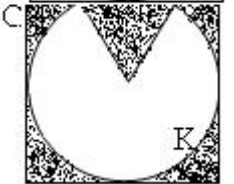
b)



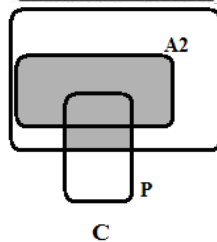
c)



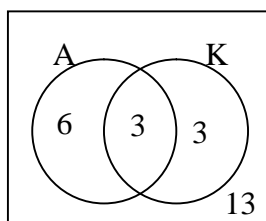
11. c)



12. 3

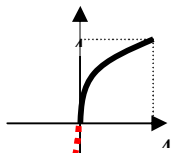


žiaci

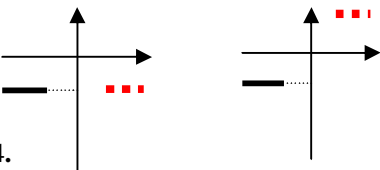


25

13. a)



b)



14.

a) $p > r$

b) $p > r$

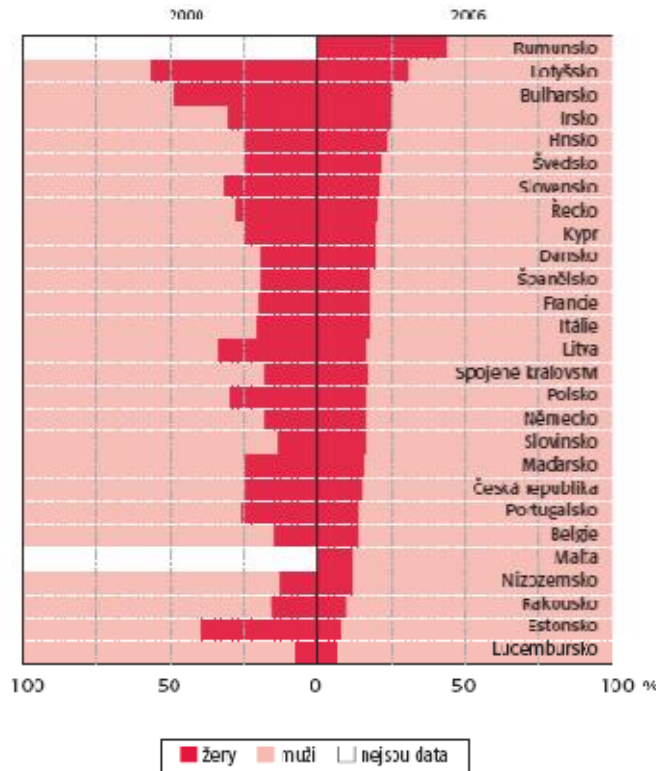
c) $p < r$

VI. Práca s diagramom a grafom

Pracovať s grafom znamená vedieť prečítať a zaznamenať určité informácie vo forme rôznych typov grafov. Žiak sa najčastejšie stretáva s takzvaným XY bodovým grafom, do ktorého sa zaznamenávajú súradnice bodov, a to pri riešení nielen matematických, ale napríklad aj fyzikálnych úloh. Žiak strednej školy musí vedieť z príslušnej tabuľky alebo pomocou vhodného výpočtu získať súradnice bodov a zaznamenať ich do grafu. Taktiež musí vedieť získať z grafu konkrétne súradnice bodov nachádzajúcich sa v grafe. Rovnako žiak musí vedieť z textu slovnej úlohy zakresliť väzbu veličiny alebo zaznamenať priebeh funkcie.

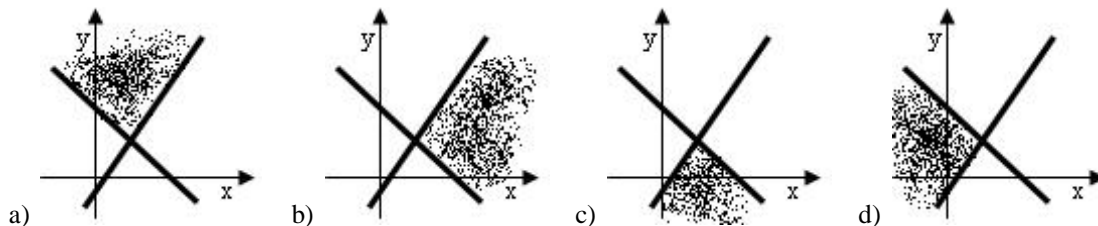
1. V českom časopise bol uverejnený graf „IVT odborníci podľa pohlavia – medzinárodné porovnanie“. V ktorej krajine v roku 2000 prevažovali ako počítačoví experti ženy?

VI. + V.



2. Na ktorom z nasledujúcich obrázkov je znázornené riešenie sústavy nerovnic

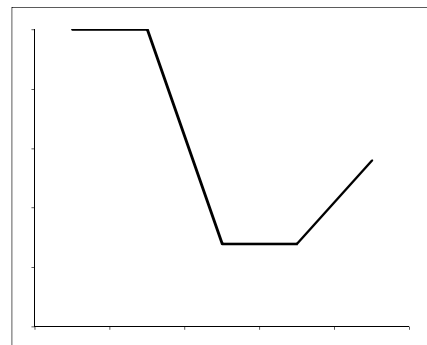
$$\begin{cases} 2x - y + 2 \geq 4 \\ x + y - 4 \leq 2 \end{cases} ?$$



VI. + IX. + II. + III. + IV.

3. Čo opisuje tento graf? Vymyslite rôzne vhodné zadania úloh k tomuto grafu. Na osi x a y dopíšte príslušné jednotky.

VI. + IX. + V.



4. Keby sme redukovali celé ľudstvo na jednu dedinu so 100 obyvateľmi, pričom by sme zachovali proporcie všetkých súčasných národov, mala by táto dedina nasledujúce zloženie:

57 Ázijcov,

21 Evrópanov,

14 Američanov (Severo- a Juho-),

8 Afričanov,

52 by bolo žien,

48 by bolo mužov,

70 by nebolo bielych,

80 by trpelo nedostatčnými

podmienkami pre bývanie,

70 by bolo analfabetov,

50 by bolo podvyživených,

1 by zomieral,

2 by sa rodili,

1 by mal počítač,

30 bielych,

1 (iba jeden) by mal akademické vzdelanie.

- Zostrojte kruhový graf vyjadrujúci počet obyvateľov podľa kontinentov.
- Vypočítajte percentuálne zastúpenie obyvateľov podľa vzdelania.
- Všetci vieme, že trvalo je na Zemi osídlených päť kontinentov. Ktorý kontinent nie je v dedine zastúpený a prečo?

VI. + II. + III.

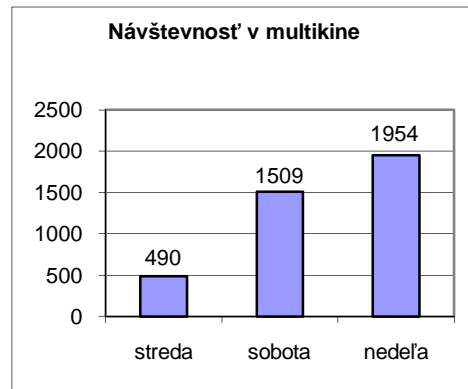
5. Graf znázorňuje počet divákov, ktorí sa počas uvedených troch dní prišli pozrieť do ostravského multikina na film **Tobruk**.

a) O koľko viac divákov prišlo počas oboch zostávajúcich dní v porovnaní s počtom divákov v nedeľu? Pracujte s číslami uvedenými v grafe, výsledok zaokrúhlite na desiatky.

b) Koľkokrát viac divákov prišlo v nedeľu ako v stredu?

Výsledok zaokrúhlite na celé číslo.

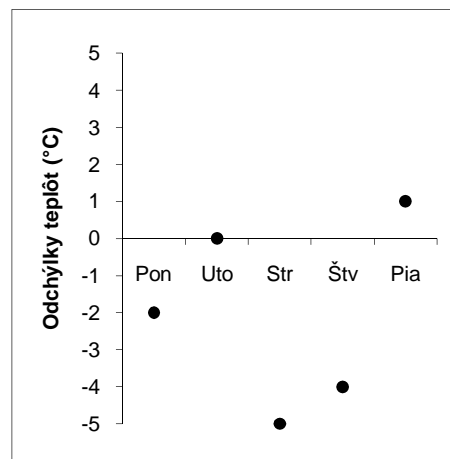
VI. + II. + III.



6. Graf znázorňuje odchýlky maximálnych denných teplôt od pondelka do piatku od priemernej dlhodobej poludňajšej teploty (v stupňoch Celsia). Priemerná dlhodobá poludňajšia teplota bola 20 °C. Aký bol priemer maximálnych teplôt v uvedených piatich dňoch? Označte správnu odpoveď.

- 14 °C
- 16 °C
- 18 °C
- 20 °C

VI. + II. + IV.

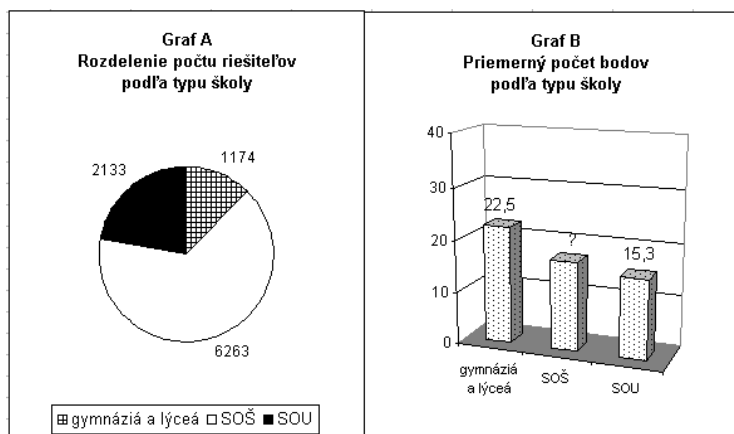


7. Graf A znázorňuje, koľko žiakov troch základných typov stredných škôl riešilo úlohy z matematiky. Graf B

poskytuje informácie o priemernom počte bodov (z maximálneho možného počtu 40 bodov), ktoré sa im podarilo získať. Priemerný počet bodov všetkých riešiteľov bol 17,4. Aký je priemerný počet bodov, ktorý v tomto roku získali študenti SOŠ?

Výsledok zaokrúhlite na desatiny.

(SOŠ sú stredné odborné školy, SOU sú stredné odborné učilištia.)



VI. + X. + III. + II.

8. Pán Novák založil v Českej republike podnik s 50 zamestnancami. Vedúce miesta obsadil svojimi príbuznými alebo kamarátmi a dal im vysoké mzdy. Rozdelenie početností mesačných miezd ukazuje nasledujúca tabuľka.

Mzdy v tisícoch Kč	9	12	16	25	35	45
Počet zamestnancov	26	9	5	2	5	3

a) Zostrojte diagram rozdelenia početností plátov zamestnancov podniku.

b) Vypočítajte aritmetický priemer plátov zamestnancov podniku.

VI. + II. + IV.

9. Z grafu zistíte potrebné informácie a potom o každom z nasledujúcich tvrdení rozhodnite, či je pravdivé (ÁNO) alebo nepravdivé (NIE).

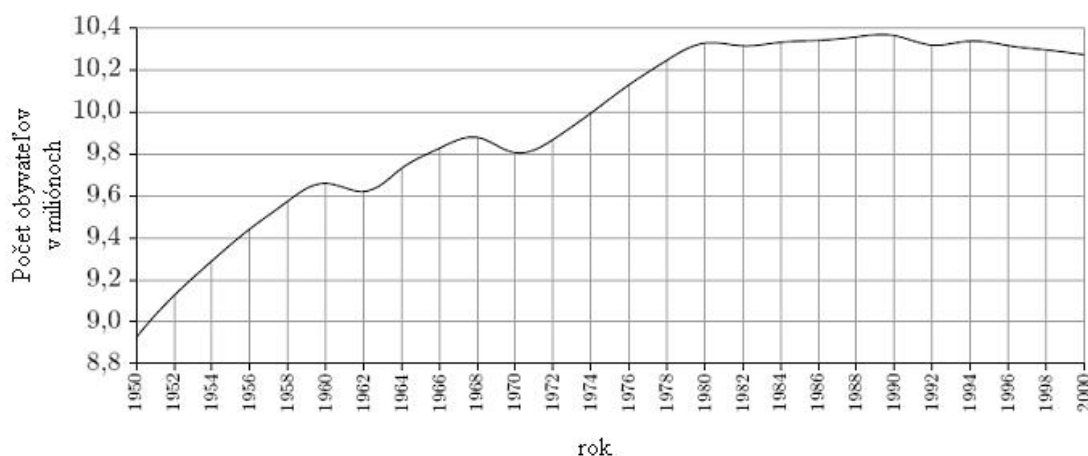
a) Počet obyvateľov Českej republiky sa v jednotlivých rokoch uvedeného obdobia pohyboval v intervale od 8,7 milióna do 10,4 milióna. ÁNO–NIE

b) Prírastok počtu obyvateľov v rokoch 1974–1976 bol menší ako prírastok počtu obyvateľov v rokoch 1984–1986. ÁNO–NIE

c) Počas rokov 1950–2000 vzrástol počet obyvateľov Českej republiky o viac ako 10 %. ÁNO–NIE

VI. + II. + IV.

Počet obyvateľov Českej republiky v období 1950-2000

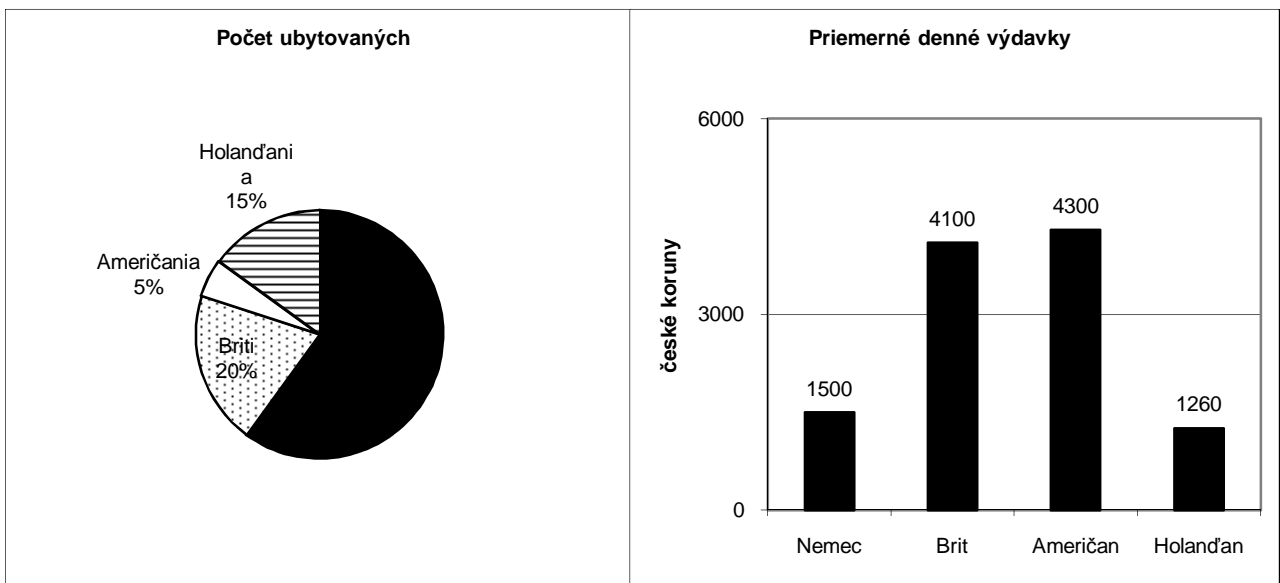


10.
V
hote
li
v Pr
ahe
sa
poč

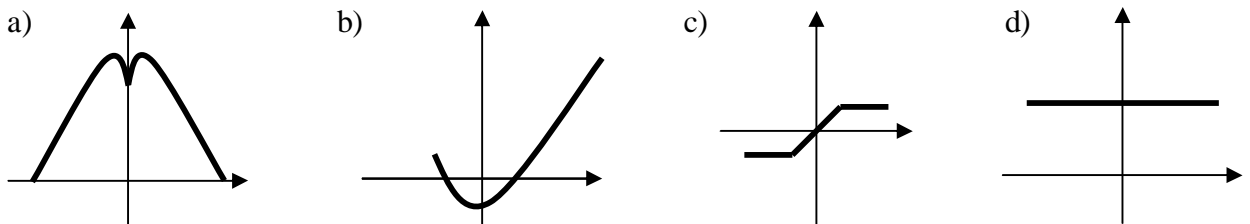
as týždňovej konferencie (7 dní) ubytovalo spolu 240 cudzincov, z toho 144 Nemcov, 48 Britov a ďalej Holanďania a Američania. Priemerné denné výdavky jedného host'a boli 2 124 Kč, pričom najviac míňali Američania. Podrobnejšie údaje sú v nasledujúcich grafoch.

- a) Koľko Holanďanov bývalo v hoteli?
 b) Koľko českých korún denne minula skupina Američanov?
 c) Ktorá skupina cudzincov minula za týždenný pobyt najviac českých korún a koľko?
 d) Uveďte postup, ako môžeme vypočítať priemerné denné výdavky jedného hosťa a overte výsledok.

VI. + X. + IX. + II.

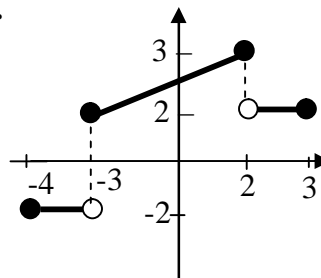


11. Rozhodnite, ktoré z funkcií sú párne a ktoré sú nepárne.



VI. + V.

12. Určte vlastnosti funkcie určenej grafom.

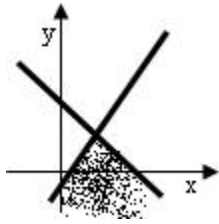


VI. + III.

Výsledky VI.

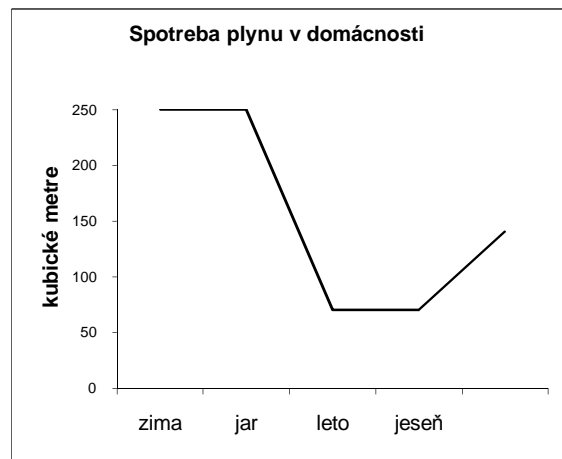
1. Lotyšsko

2. c)



3. Napríklad:

- závislosť počtu predaných kusov vajec (v miliónoch) od roku predaja,
- návštevnosť kina počas týždňa,
- spotreba plynu v domácnosti počas roka (**pozri graf**),
- rýchlosť bicykla v desiatkach km za hodinu v závislosti od terénu.

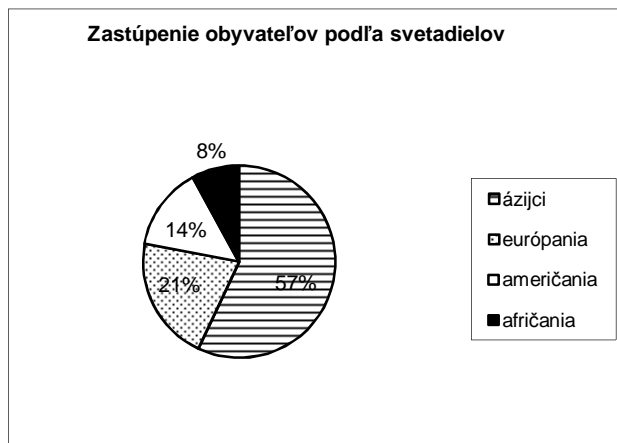


4.

a) pozri graf

b) 70 % analfabetov; 30 % s nejakým vzdelaním

c) Austrália. Pomocou počtu obyvateľov na jednotlivých kontinentoch, výpočtu počtu percent a zaokrúhlenia na jednotky je Austrália bez zastúpenia.



5.

a) o 50 divákov viac

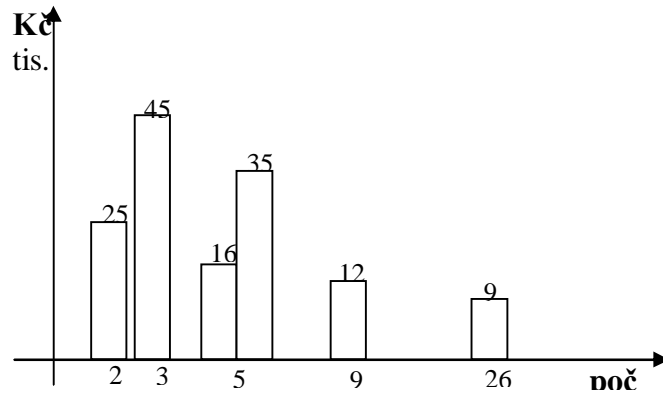
b) štyrikrát

6. c) 18 °C

7. 17,2

8.

a) pozri graf



b) 15 640 Kč

9.

a) ÁNO

b) NIE

c) ÁNO

10.

a) 36

b) 51 600 Kč

c) Nemci 1 512 000 Kč

d) Priemerné výdavky sú 2 124 Kč. (Priemerné výdavky jednotlivých národov násobíme vždy

príslušným počtom ubytovaných cudzincov, sčítame a vydělíme počtom všetkých cudzincov.)

11.

a) párna

b) ani párna, ani nepárna

c) nepárna

d) párna

12. $D(f) = \langle -4; 3 \rangle$; $H(f) = \{-2\} \cup \langle 2; 3 \rangle$; nie je prostá; nie je ani párna, ani nepárna; nie je periodická; nie je spojitá; je rastúca pre $x \in (-3; 2)$; je konštantná pre $x \in \langle -4; -3 \rangle \cup (2; 3)$; je ohraničená s najväčším dolným ohraničením $d = -2$ a s najmenším horným ohraničením $h = 3$; globálne maximum nadobúda v bode $[2; 3]$; globálne minimum nadobúda pre $x = -2$; lokálne minimum nadobúda pre $x = 2$.

VII. Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi

Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi je schopnosť rozpoznať rôzne typy mnohoúhelníkov a základných rovinných útvarov (priamka, uhol, ..) a taktiež ovládanie vlastností týchto útvarov. Žiak strednej školy musí vedieť pomenovať základné rovinné útvary (trojuholník, štvorec, obdĺžnik, kosoštvorec, kosodĺžnik, rovnobežník, deltoid, lichobežník, kruh, pravidelné n -uholníky), poznať ich špecifické vlastnosti, dokázať vypočítať ich obvod aj obsah, vedieť ich pomocou vhodných konštrukčných postupov aj narysovať. Taktiež musí vedieť zložitejšie rovinné obrazce rozdeliť na jednoduchšie rovinné útvary, pri ktorých vie vypočítať obvod aj obsah. Pri výpočtoch v slovných úlohách by mal používať poznatky o zhodnosti, podobnosti a rovnolehlosti.

1. Rozhodnite, či môžu platiť nasledujúce tvrdenia.

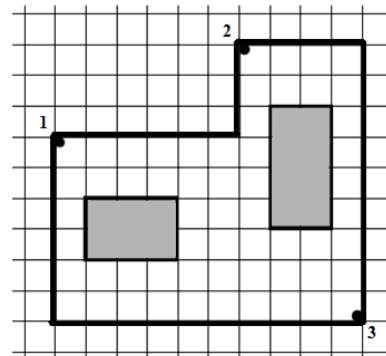
- Tetiva kružnice AB má dĺžku 4 cm a priemer kružnice $d = 5$ cm.
- Polomer kružnice je 5 cm a úsečka MN s dĺžkou 3 cm je tetivou kružnice.
- Tetiva kružnice TU má dĺžku 2,5 cm; polomer kružnice $r = 2,5$ cm.
- Tetiva kružnice je väčšia ako priemer kružnice.
- Tetiva kružnice je menšia ako polomer kružnice.
- Dĺžka tetivy kružnice sa rovná dĺžke priemeru kružnice.
- Tetiva kružnice je menšia ako priemer kružnice.
- Dĺžka tetivy kružnice sa rovná dĺžke polomeru kružnice.

VII. + V.

2. Minútová ručička na hodinách na veži má dĺžku 1,2 m. Akú dlhú dráhu obehne jej hrot od soboty 7⁰⁰ do pondelka 15⁰⁰?

VII. + X. + II.

- ### 3. Na plániku je znázornený objekt ohraničený plotom. Vo vnútri objektu sú dve budovy, ktoré majú na všetkých stenách okná. Každá strana štvorčeka na plániku predstavuje v skutočnosti dĺžku 5 metrov. Strážna služba má pre stráženie budov určené tri stanoviská v rohoch objektu, ktoré sú označené číslami 1, 2 a 3. Strážca na stanovisku nevidí ani cez vysoký plot ani cez budovy.



- Aká je dĺžka plota?
- Aká je celková plocha oboch objektov v ároch?
- Vidí na každú časť plota aspoň jeden zo strážnikov? Áno–Nie
- Vidí na každé okno aspoň jeden zo strážnikov? Áno–Nie
- Vidí na každé nezastavané miesto aspoň jeden zo strážnikov? Áno–Nie
- Vidia na niektoré nezastavané miesto všetci strážnici? Áno–Nie

VII. + X. + V.

- ### 4. Rodina spotrebuje za rok asi 300 kg zemiakov. Akú šírku musí mať obdĺžnikové pole s dĺžkou 20 metrov, aby bolo možné na ňom vypestovať potrebné množstvo zemiakov? Predpokladaná úroda je 30 t na 1 ha.

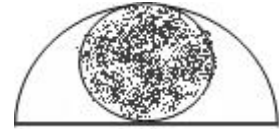
VII. + IX. + X. + II.

5. Komín elektrárne Dětmarovice je vidno zo vzdialenosti 1 km pod výškovým uhlom veľkosti $\alpha = 15^\circ$. Aká je približná výška komína? Označte správnu z uvedených možností.

- a) 268 m b) 259 m c) 66 m d) 169 m

VII. + X. + IX. + II. + IV.

6. Do polkruhu s polomerom $r = 2$ cm sme vpísali kruh. Ktorý z obrazcov má väčší obsah: vpísaný kruh alebo nevyplnená oblasť?



VII. + X. + II. + V.

7. Monitor s uhlopriečkou 37 cm má pomer strán 4:3. Určte jeho rozmery.

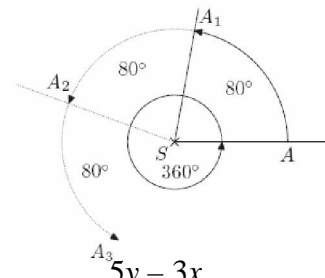
VII. + IX. + X. + II.

8. Základný formát výkresu A0 má obsah 1 m^2 a rozmery strán sú v pomere $1 : \sqrt{2}$. Určte jeho rozmery v milimetroch.

VII. + IX. + X. + II.

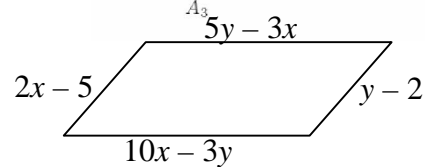
9. Koľkokrát je potrebné otočiť bod A okolo stredu S o uhol veľkosti 80° , aby jeho obraz splynul s bodom A ?

VII. + X. + II. + V.



10. Aký obvod má rovnobežník na obrázku? Označte správnu z uvedených možností.

- a) 31 b) 42 c) 104
 d) Obvod závisí od hodnôt premenných x, y .
 Bez toho, aby sme vedeli ich hodnotu, nemožno určiť obvod.



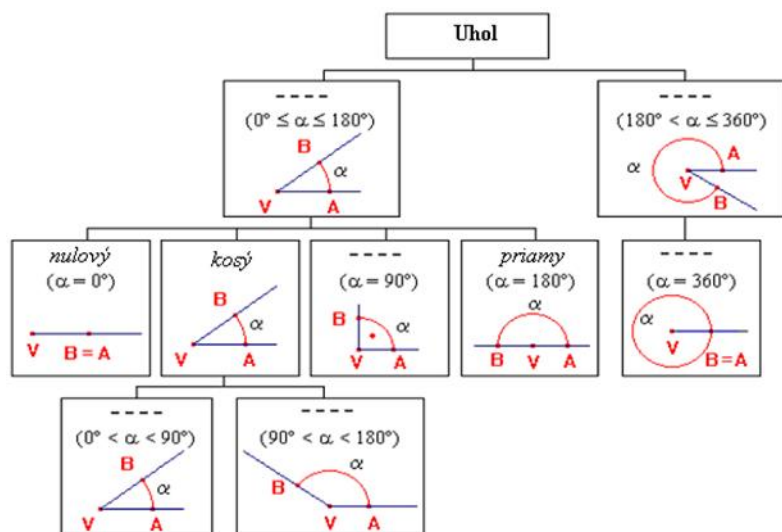
VII. + X. + II. + IV. + V.

11. Štvorcová parcela má výmeru $6\,400 \text{ m}^2$. Do rohu parcely a potom každých 5 metrov potrebujeme umiestniť betónový stĺpik pre budúce oplatenie. Koľko stĺpikov potrebujeme objednať?

VII. + X. + II.

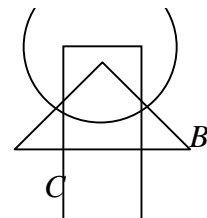
12. Doplňte schému na miestach označených - - - - - správnymi názvami uhlov.

VII. + III. + IV. + V. + VI.



13. Označme množinu všetkých bodov kruhu A , trojuholníka B , obdĺžnika C . Vyšrafujte množiny:

- a) $A \cup B \cup C$ b) $A \cap B \cap C$ c) $A - (B - C)$



VII. + V. + III.

14. Koľkokrát je obsah štvorca so stranou a väčší ako obsah rovnostranného trojuholníka so stranou a ?

VII. + X. + II.

15. Vyjadrite obsah štvorca ako funkciu dĺžky jeho strany.

VII. + IX. + X.

16. Obsah pravouhlého trojuholníka je 12 cm^2 . Určte funkciu, ktorá vyjadruje závislosť medzi jeho odvesnami.

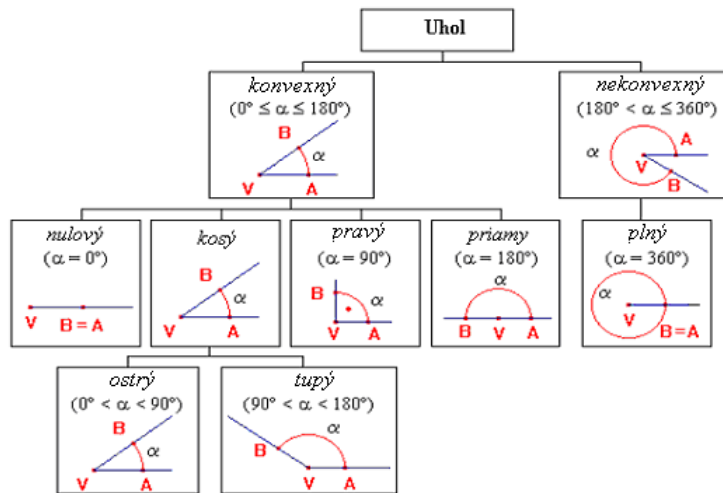
VII. + IX. + X.

Výsledky VII.

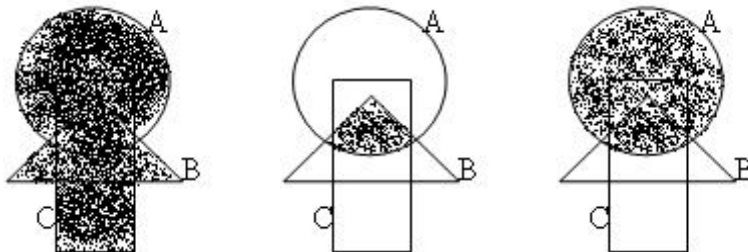
1.
 a) áno
 b) áno
 c) áno
 d) nie
 e) áno
 f) áno
 g) áno
 h) áno
 2. 422 m
 3.
 a) 190 m
 b) 3,5 a
 c) Áno
 d) Áno

- e) Áno
 f) Áno
 4. 5 m
 5. a) 268 m
 6. žiaden, obsahy oboch obrazcov sú rovnaké
 7. šírka je 29,6 cm a výška je 22,2 cm
 8. 841 mm x 1189 mm
 9. deväťkrát
 10. c) 104
 11. spolu 64 stĺpikov
 14. približne 2,3 krát
 15. $y = x^2, x > 0$
 16. $y = \frac{24}{x}; x > 0$

12.



13. a)



b)

c)

VIII. Priestorová predstavivosť

Priestorová predstavivosť je schopnosť vnímať príslušné objekty v priestore a vyhodnocovať ich vzájomnú polohu. Žiak strednej školy musí mať základné poznatky o telesách, musí vedieť rozpoznať a narysovať hranoly (pravidelný kolmý hranol, kocka, kváder) a rotačné telesá (kužeľ, valec), musí ovládať základné vlastnosti telies a výpočet ich povrchu a objemu. Taktiež musí vedieť rozdeliť zložitejšie priestorové útvary na jednoduchšie útvary, pri ktorých vie vypočítať ich povrch a objem. Pri výpočte slovných úloh by mal používať poznatky o zhodnosti, podobnosti a rovnolehlosti.

1. Určte, ako sa zmení objem valca, ak:

- zvážšime výšku dvakrát a polomer ponecháme,
- zmenšíme priemer dvakrát a výšku ponecháme,
- zmenšíme výšku na polovicu a priemer ponecháme,
- zvážšime polomer dvakrát a výšku ponecháme,
- výšku zvážšime o 20% a polomer ponecháme,
- zmenšíme priemer o 20% a výšku ponecháme,
- zvážšime priemer trikrát a výšku ponecháme,
- výšku zmenšíme na polovicu a priemer zvážšime dvakrát,
- zvážšime výšku trikrát a polomer dvakrát,
- výšku zvážšime trikrát a polomer zmenšíme dvakrát.

VIII. + IX. + II. + X.

2. Do ocelovej súčiastky v tvare valca s priemerom 8 cm a výškou 15 cm sme vysústružili otvor, čím sa jej hmotnosť i objem znížili o $\frac{1}{3}$. Vypočítajte priemer otvoru.

VIII. + X. + IX. + II.

3. Valec A s polomerom podstavy r má výšku v . Valec B má tú istú výšku, avšak dvojnásobný polomer podstavy. V akom pomere sú:

- objemy oboch valcov (valca A k valcu B),
- obsahy plášťov oboch valcov (valca B k valcu A)?

VIII. + X. + IX. + II.

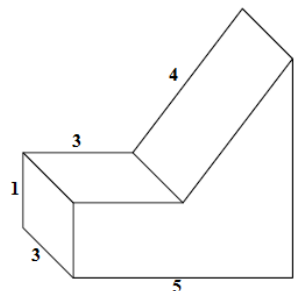
4. Vypočítajte povrch telesa, ktorého rozmery sú dané na obrázku v cm.

VIII. + II. + V. + VII.

5. Koľko miesta zaberie na polici akvárium tvaru kocky, ak sa doň zmestí 27 litrov vody? Označte správnu z uvedených možností.

- 90 cm²
- 900 cm²
- 90 cm²
- 300 cm²

VIII. + X. + II. + IV.



6. Z papierovej krabice tvaru kvádra (tetrapack) s rozmermi 9,5 cm x 6 cm x 16,5 cm sme preliali 60 % objemu džúsu do pohárika v tvare valca s priemerom 90 mm. Do akej výšky siaha nápoj v poháriku? (zaokrúhlite na desatiny cm)

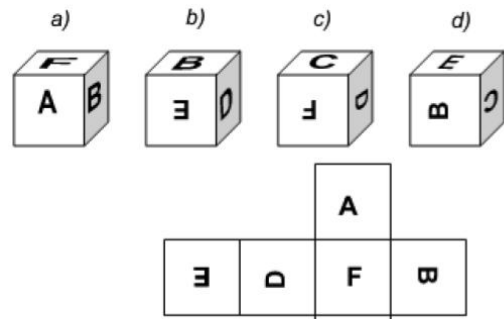
VIII. + X. + IX. + II.

7. Akvárium má rozmery dna 5 dm x 4 dm a výšku 3 dm. Rozhodnite, či sú pravdivé nasledujúce tvrdenia.

- a) Dvadsať litrov vody vyplní menej ako polovicu objemu akvária. ÁNO – NIE
 b) Do prázdneho akvária sa zmestí viac ako 60 litrov vody. ÁNO – NIE
 c) Obsah obdĺžnikovej tapety, ktorá pokrýva dve susedné steny akvária, je 27 dm². ÁNO – NIE
 d) Ak položíme na dno akvária, ktoré bolo do polovice naplnené vodou, kocku s hranou dĺžky 3 dm, voda pretečie cez stenu akvária. ÁNO – NIE

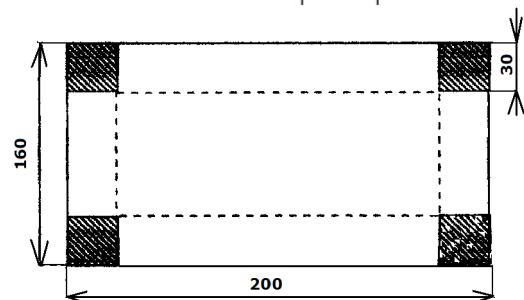
VIII. + VII. + II. + IV.

8. Určte, ktorá z kociek na obrázku vznikne zložením plášťa kocky na obrázku.



VIII. + X. + IV.

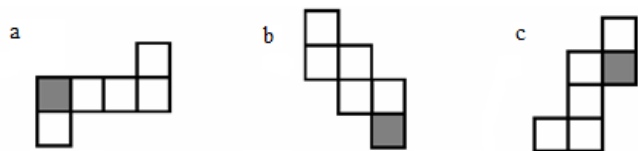
9. Patrik si vyrobil krabičku z kartónu tvaru obdĺžnika s rozmermi 200 mm a 160 mm. V každom rohu odstrihol štvorec so stranou dĺžky 30 mm (pozri obrázok). Pozdĺž čiarkovaných čiar zohol kartón smerom nahor a zlepil bočné steny krabičky. Aký je objem krabičky? Označte správnu z uvedených možností.



- a) 424 cm³ b) 420 cm³ c) 320 cm³ d) 284 cm³ e) 221 cm³

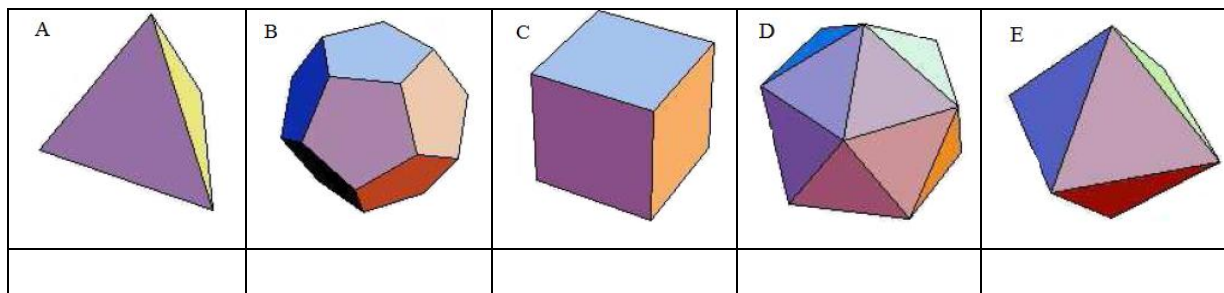
VIII. + II. + V. + IV.

10. Krížikom označte v sieti každej kocky stenu, ktorá bude oproti zafarbenej stene po zložení kocky.



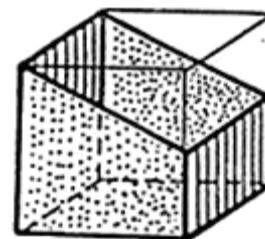
VIII. + V.

11. Prirad'te k obrázkom do tabuľky správne názvy: pravidelný štvorsten (tetraéder), pravidelný šesťsten alebo kocka (hexaéder), pravidelný osemsten (oktaéder), pravidelný dvanásťsten (dodekaéder) a pravidelný dvadsaťsten (ikosaéder).



VIII. + IV.

12. Prázdné krabičky sú zrezané rovinami (hrubá lomená čiara na obrázkoch a)-c)). Dvojicu rovnobežných stien viditeľných spredu vyfarbite jednou farbou a steny viditeľné sprava inou farbou tak, ako je to zobrazené na vedľajšom obrázku.

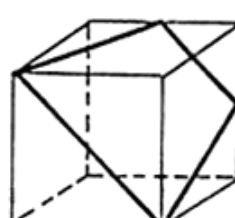
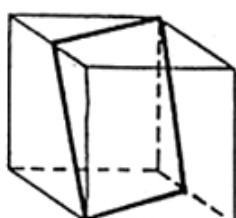
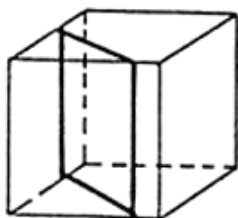


VIII. + V. + VII.

a)

b)

c)



13. Je daný kváder so

štvorcovou podstavou s dĺžkou hrany a cm a výškou 4 cm. Určte funkciu, ktorá vyjadruje:

a) závislosť objemu kvádra od dĺžky hrany podstavy,

b) závislosť povrchu kvádra od dĺžky hrany podstavy.

VIII. + IX.

14. Máme vyrobiť plechovú krabicu tvaru valca s uzáverom. Jej objem má byť 2 dm^3 . Určte funkciu vyjadrujúcu závislosť spotreby plechu od polomeru podstavy valca.

VIII.+ II.+ IX.

Výsledky VIII.

1.

a) zväčší sa $2x$

b) zmenší sa $4x$

c) zmenší sa $2x$

d) zväčší sa $4x$

e) zväčší sa o 20%

f) zmenší sa o 36%

g) zväčší sa $9x$

h) zväčší sa $2x$

i) zväčší sa $12x$

j) zmenší sa na $\frac{3}{4}$

2. 4,6 cm

3.

a) $\frac{\pi r^2 v}{\pi (2\pi)^2 v}$; 1:4

b) $\frac{2\pi \cdot 2r \cdot v}{2\pi \cdot r \cdot v}$; 2:1

4. 74 cm^2

5. b) 900 cm^2

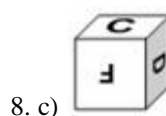
6. 8,9 cm

7. a) Áno

b) Nie

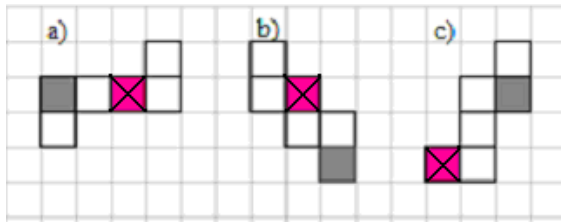
c) Áno

d) Nie

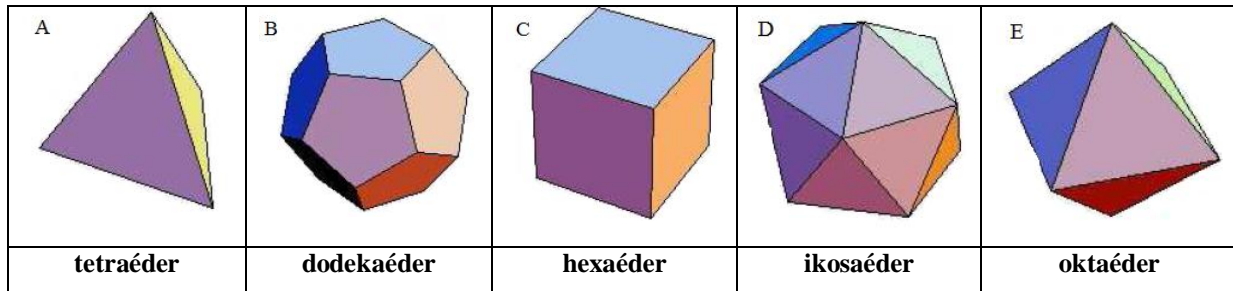


9. b) 420 cm^3

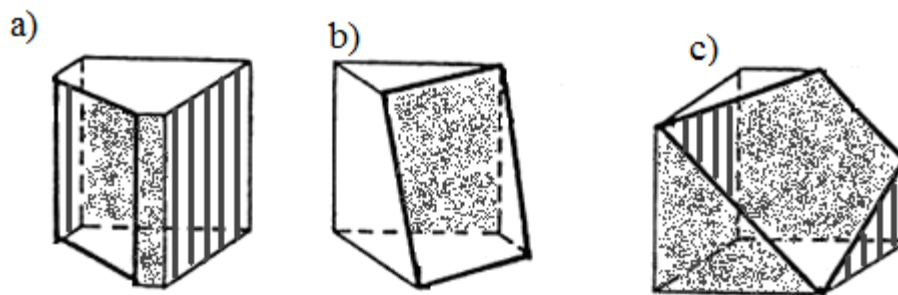
10.



11.



12.



IX. Funkcia ako vzťah medzi veličinami

Vnímanie funkcie ako vzťahu medzi veličinami je zručnosť, pomocou ktorej žiak rozpoznáva prioritu matematických operácií. Žiak strednej školy musí vedieť upraviť algebrické výrazy, zostaviť rovnicu, upraviť jej zápis a nájsť jej riešenie. Pri úpravách algebrických výrazov má význam rozklad výrazu na súčin, použitie vzorcov $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$, vynímanie pred zátvorku, umocňovanie a odmocňovanie výrazov.

1. Doplňte dvakrát zátvorky tak, aby platilo:

a) $4 + 1 \cdot 3 + 5 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 4 = 46$,

b) $6 \cdot 3 \cdot 2 - 1 + 6 : 2 - 1 \cdot 3 = 36$,

c) $8 + 4 + 2 \cdot 3 - 11 + 2 \cdot 4 - 9 : 3 = 9$,

d) $20 : 9 - 15 : 3 + 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 - 11 = 0$.

IX. + X. + II.

2. Medzi každé dve číslice doplňte niektorú z operácií (+ , - , . , :) tak, aby platila rovnosť (zátvorky nepoužívajte).

a) $6 \ 6 \ 6 \ 6 = 48$

13.

a) $y = 4a^2$

b) $y = 2a^2 + 16a$

14. $S = 2\pi r^2 + \frac{4}{r}$

- b) $6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 = 17$
 c) $6 \ 6 \ 6 \ 6 = 37$
 d) $6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 = 1290$
 e) $6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 = -5$
 f) $6 \ 6 \ 6 \ 6 \ 6 = 30$.

IX. + X. + II.

3. Medzi 5 pätiiek doplňte štyri znamienka matematických operácií tak, aby výsledok bol 19.

IX. + II. + X.

4. a) Žiak „zmätkár“ v písomke napísal: $(x-1)^2 = x^2 - 1$. Pre ktoré x je jeho výpočet pravdivý?

- a) $x = -1$ b) $x = 1$ c) $x = 0$ d) pre žiadne x

b) Žiak „zmätkár“ v písomke napísal: $(x+2)^2 = x^2 + 4$. Pre ktoré x je jeho výpočet pravdivý?

- a) $x = 2$ b) $x = -2$ c) $x = 0$ d) pre žiadne x

IX. + II. + IV.

5. Zjednodušte výraz a určte, kedy má zmysel. $\left(x + 1 - \frac{1}{1-x}\right) : \left(x - \frac{x^2}{x-1}\right)$

IX. + II.

6. Výdavky na prevádzku škôl v jednom českom meste pre 8 950 žiakov boli 68 miliónov 677 tisíc českých korún. Aké boli približné výdavky na jedného žiaka na mesiac? Označte správny výsledok.

- a) 7 673 Kč b) 770 Kč c) 77 000 Kč d) 8 950 Kč

IX. + X. + II. + IV.

7. Žiaci dostali túto úlohu: „Nájdite číslo x , ktoré je o päť väčšie ako jeho štvrtina.“ Ktorou z uvedených rovníc môžeme úlohu vyriešiť?”

- a) $x = \frac{x}{4} - 5$ b) $x = \frac{x}{4} + 5$ c) $x = \frac{x-5}{4}$ d) $x = \frac{x+5}{4}$

IX. + X. + IV.

8. Pre ktoré n z množiny prirodzených čísel je výraz $(n-1)(n-2) - (n-3)(n-4)$ menší alebo sa rovná 2? Označte správny výsledok.

- a) $\{1; 2\}$ b) $\{0; 1\}$ c) $\{0; 2; 3\}$ d) $\{2; 3\}$ e) $\{1; 2; 3\}$

IX. + III. + II. + IV.

9. Vyjadrite zo vzorca:

- a) $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ neznámu R_1 , b) $m_1c_1(t-t_1) = m_2c_2(t_2-t)$ neznámu t ,
 c) $E = mc^2$ neznámu c , d) $S = 2(a+b)$ neznámu a .

IX. + X. + II.

10. Pre ktoré $n \in \mathbb{N}$ je zlomok $\frac{7-2n}{6}$ väčší ako zlomok $\frac{3n-7}{12}$?

- a) $\{1;2;3\}$ b) $\{1;2\}$ c) $\{0;1;2\}$ d) $\{0;1\}$ e) $\{2;3\}$

IX. + III. + II. + IV.

11. Nádrž sa naplní otvorom A za štvrt' hodiny. Otvorom B možno vodu vypúšťať. Ak otvoríme oba otvory súčasne, vyprázdni sa vopred naplnená nádrž za hodinu. Za koľko minút by sa vypustila plná nádrž otvorom B, ak bude otvor A zatvorený?

IX. + X. + II.

12. Pomocou vhodných vzorcov upravte a vypočítajte nasledujúce výrazy.

- a) $(\sqrt{4} - \sqrt{3})^2 + (\sqrt{4} + 2\sqrt{2})^2 =$
 b) $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) =$
 c) $(\sqrt{5 - \sqrt{6}} - \sqrt{5 + \sqrt{6}})^2 - (\sqrt{5 - \sqrt{6}} + \sqrt{5 + \sqrt{6}})^2 =$
 d) $(\sqrt{3} + 2\sqrt{2})^2 - 2(\sqrt{5} - 2\sqrt{6})^2 =$
 e) $\left[\sqrt{289} + \left(\sqrt[3]{125} - \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{12}} \right)^2 \right] - 2\sqrt{40} =$

IX. + III. + II.

13. Pomocou vhodných premenných zapíšte túto vetu: „Druhá mocnina súčtu druhých mocnín dvoch ľubovoľných reálnych čísel sa rovná súčtu druhej mocniny rozdielu druhých mocnín týchto čísel a druhej mocniny dvojnásobku ich súčtu.“ Je táto veta pravdivá?

IX. + X. + III.

14. Vyberte správne negácie daných výrokov.

- a) Mám zelené tričko.
 - Nemám žiadne tričko. - Nemám zelené tričko.
 - Mám modré tričko. - Nie je pravda, že mám zelené tričko.
- b) V našej triede je viac ako 16 dievčat.
 - V našej triede nie je 16 dievčat. - V našej triede je 16 alebo menej dievčat.
 - V našej triede je 16 dievčat. - V našej triede je menej ako 16 dievčat.
- c) $11 > 15$
 - $11 = 15$ - 11 nie je viac ako 15
 - $11 < 15$
- d) Steny našej triedy sú žlté.
 - Steny našej triedy nie sú žlté. - Steny našej triedy sú špinavé.
 - Steny našej triedy sú biele. - Steny našej triedy sú farebné, ale nie sú žlté.
- e) Nie je pravda, že Dunaj tečie cez Bratislavu.
 - Dunaj netečie cez Bratislavu. - Dunaj tečie cez Viedeň.
 - Dunaj tečie cez Bratislavu.
- f) Nenašiel som dvojeurovú mincu.
 - Našiel som dvojeurovú mincu. - Nič som nenašiel.

- Nie je pravda, že som našiel dvojeurovú mincu.

IX. + X. + IV.

15. Nech a, b ($b \neq 0$) označujú ľubovoľné reálne čísla. Zapište pomocou nich:

- rozdiel štvornásobku ľubovoľného reálneho čísla a čísla 8,
- dvojnásobok súčtu ľubovoľného reálneho čísla a čísla 4,
- tretiu mocninu dvojnásobku rozdielu dvoch ľubovoľných reálnych čísel,
- dvojnásobok štvrtej mocniny rozdielu dvoch reálnych čísel,
- trojnásobok súčtu druhých mocnín dvoch ľubovoľných reálnych čísel,
- rozdiel druhých mocnín dvojnásobkov dvoch ľubovoľných reálnych čísel,
- druhá mocnina dvojnásobku rozdielu dvoch ľubovoľných reálnych čísel,
- dvojnásobok druhej odmocniny podielu dvoch ľubovoľných reálnych čísel,
- súčet dvojnásobkov tretích mocnín dvoch ľubovoľných reálnych čísel,
- druhá mocnina rozdielu dvojnásobkov dvoch ľubovoľných reálnych čísel,
- rozdiel dvojnásobkov druhých mocnín dvoch ľubovoľných reálnych čísel,
- súčet podielu dvoch reálnych čísel s ich súčinom,
- dvojnásobok podielu dvoch ľubovoľných čísel zväčšený o ich súčin.

IX. + III.

16. Veľkosť prúdu je nepriamo úmerná odporu vodiča pri konštantnom napätí. Nájdite funkciu, ktorá určuje túto závislosť, ak viete, že pri odpore $R = 350 \Omega$ je prúd 30 mA.

IX. + X.

17. Dokážte, že hodnotou funkcie $y = x^2 - 4x + 5$ v každom bode je kladné číslo.

IX. + X. + VI.

Výsledky IX.

1.

a) $(4 + 1) \cdot 3 + 5 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot (3 + 4) = 46$

b) $6 \cdot (3 \cdot 2 - 1) + (6 : 2 - 1) \cdot 3 = 36$

c) $(8 + 4 + 2 \cdot 3) - 11 + 2 \cdot (4 - 9 : 3) = 9$

d) $20 : (9 - 15 : 3) + 3 \cdot (1 + 1 \cdot 1) - 11 = 0$

2.

a) $6 \cdot 6 + 6 + 6 = 48$

b) $6 + 6 + 6 - 6 : 6 = 17$

c) $6 : 6 + 6 \cdot 6 = 37$

d) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 - 6 = 1290$

e) $6 : 6 + 6 - 6 - 6 = -5$

f) $6 \cdot 6 \cdot 6 : 6 - 6 = 30$

3. $5 \cdot 5 - 5 - 5 : 5 = 19$

4.

a) b) $x = 1$

b) c) $x = 0$

5. $-x; x \neq 0 \wedge x \neq 1$

6. a) 7 673 Kč

7. b) $x = \frac{x}{4} + 5$

8. e) $\{1; 2; 3\}$

9.

a) $R_1 = \frac{RR_2}{R_2 - R}$

$$b) t = \frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

$$c) c = \sqrt{\frac{E}{m}}$$

$$d) a = \frac{S - 2b}{2}$$

10. b) $\{1; 2\}$

11. 12 minút

12.

a) $19 + 8\sqrt{2} - 4\sqrt{3}$

b) $9 + 2\sqrt{15}$

c) $-4\sqrt{19}$

d) $4\sqrt{6} + 8\sqrt{30} - 47$

e) $46,5 - 15\sqrt{2} - 4\sqrt{10}$

13. $(a^2 + b^2)^2 = (a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2$

Veta je pravdivá.

14.

a) Nemám zelené tričko. Nie je pravda, že mám zelené tričko.

b) V našej triede je 16 alebo menej dievčat.

c) 11 nie je viac ako 15.

d) Steny našej triedy nie sú žlté. Steny našej triedy sú farebné, ale nie sú žlté.

e) Dunaj tečie cez Bratislavu.

f) Našiel som dvojeurovú mincu.

15.

a) $4a - 8$

b) $2(a + 4)$

c) $[2(a - b)]^3$

d) $2(a - b)^4$

e) $3(a^2 + b^2)$

f) $(2a)^2 - (2b)^2$

g) $[2(a - b)]^2$

h) $2\sqrt{\frac{a}{b}}$

i) $2a^3 + 2b^3$

j) $(2a - 2b)^2$

k) $2a^2 - 2b^2$

l) $\frac{a}{b} + ab$

m) $2\frac{a}{b} + ab$

16. $y = \frac{21}{2x}$

17. *Návod: určte pozíciu vrcholu grafu funkcie a načrtnite jej priebeh.*

X. Správnosť logickej úvahy

Logická úvaha je zložitý myšlienkový proces, ktorý je založený na analýze a syntéze, ktorých hlavným predpokladom je to, že žiak porozumel predchádzajúcemu učivu. Správnosť logickej úvahy môžeme chápať ako schopnosť „vidieť“ jednotlivé kroky smerujúce k vyriešeniu úlohy, teda vytvoriť algoritmus riešenia danej úlohy. Žiak strednej školy potrebuje určitú mieru logickej úvahy pri riešení väčšiny matematických úloh, ktoré sú zadané a riešené numericky, slovne alebo graficky. Žiak musí počas analýzy matematického problému vnímať jednotlivé väzby a vzťahy zadaných informácií, musí hľadať určité pravidlo, pomocou ktorého by danú úlohu vyriešil. Po nájdení tohto pravidla uskutočňuje syntézu, teda ujasní si postup smerujúci k dokončeniu riešenia úlohy.

1. Pružná lopta odskočí pri voľnom páde do $\frac{3}{5}$ výšky, z ktorej spadla.

a) O koľko percent sa zníži výška jej výskoku po prvom odskoku?

b) Do akej výšky odskočí lopta po druhom odskoku, ak bola pustená z výšky 12 metrov?

X. + I. + II.

2. Škrupinka orecha tvorí $\frac{2}{5}$ jeho hmotnosti. Koľko kilogramov orechov musíme rozlúsknuť, aby sme získali 0,6 kg jadier?

X. + I. + II.

3. Medzi 6 trojok doplňte päť znamienok matematických operácií tak, aby výsledok bol 240.

X. + IX. + II.

4. Napíšte číslo jedna pomocou:

a) šiestich štvoriek,

b) štyroch šestiek,

c) deviatich sedmičiek.

X. + IX. + II.

5. Napíšte číslo päť pomocou troch rovnakých číslic, medzi ktoré vložíte znamienka základných matematických operácií. Nájdite aspoň dve možnosti.

X. + II. + IX.

6. Hádanka: Aký je rozdiel medzi mrkvou a rovnicou $x^2 - 4x + 4 = 0$?

X.

7. Turista má prejsť vzdialenosť 45 km. Keby išiel rýchlosťou o $0,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ menšou, prišiel by do cieľa o hodinu neskôr. Určte rýchlosť turistu.

X. + II. + III.

8. Určte hodnotu uvedeného číselného výrazu (využite vhodné vzorce). Označte správnu hodnotu z daných možností.



$$\sqrt{1 + 2000\sqrt{1 + 2001\sqrt{1 + 2002\sqrt{1 + 2003\sqrt{1 + 2004\sqrt{1 + 2005}}}}}} =$$

- a) 2000 b) 2001 c) 2002 d) 2003 e) 2004

X. + IX. + II. + III. + IV.

9. Dva rotačné valce majú zhodné podstavy s polomerom r . Plášť jedného sa rovná povrchu druhého. O koľko sa líšia ich telesové výšky?

X. + VIII.

10. Lievik má tvar rovnostranného kužeľa. Vypočítajte obsah plochy zmáčanej vodou, ak sú v lieviku presne tri litre vody.

X. + VIII. + II.

11. „KÚZELNÍK“ vedel uhádnuť číslo, ktoré si niektorý z divákov myslel. Stačilo, aby ho vyzval: „Zvoľte si číslo, pričítajte k nemu šesť, súčet vynásobte dvoma, odčítajte dvanásť a povedzte mi výsledok.“ Kúzelník vo všetkých prípadoch uhádol číslo, ktoré si divák myslel. Vysvetlite, akým spôsobom „kúzlil“.



X. + IX.

12. Dopíšte chýbajúce časti predpokladu alebo záveru matematických viet.

- Pre všetky prirodzené čísla platí: Ak je posledná číslica zápisu čísla v desiatkovej sústave 0, potom je toto číslo ...
- Ak má štvoruholník všetky strany zhodné a jeho uhlopriečky sú zhodné a kolmé, potom ...
- ...potom vrcholy všetkých pravouhlých trojuholníkov s preponou AB ležia na kružnici k .
- ...potom je toto číslo deliteľné aj číslom 6.

X.

13. Viete čo je to „DEMENTI“? Je to oznámenie o nepravdivosti už publikovaného tvrdenia. Sformulujte dementi ako negácie nasledujúcich výrokov.

- Oprava auta bude trvať aspoň tri dni.
- Do cieľa etapy došlo najviac 56 závodníkov.
- V termíne pre príjem prihlášok sa neprihlásil žiaden súťažiaci.
- V ostatnom týždni Športky boli práve tri výhry v 2. poradí.
- Nikto učený z neba nespadol.
- Sýty hladnému neverí.
- Nič nie je nemožné.

X.

14. Zapište pomocou výrokových premenných A, B, C :

- disjunkciu negácií dvoch ľubovoľných výrokov,
- negáciu implikácie dvoch ľubovoľných výrokov,
- alternatívu ekvivalencie jedného výroku s druhým a tretieho výroku,
- ekvivalenciu konjunkcie a disjunkcie dvoch ľubovoľných výrokov,
- alternatívu negácií troch ľubovoľných výrokov,
- negácia konjunkcie dvoch výrokov je ekvivalentná s disjunkciou negácií týchto výrokov.

X.+ III.

15. Napíšte OBMENY výrokov opisujúcich správanie vodičov, ktorí dodržiavajú pravidlá cestnej premávky.

a) Ak sa vodič chystá zastaviť pri chodníku, dáva znamenie o zmene smeru jazdy.

b) Vodič nevchádza na železničný prechod, ak vidí prichádzajúci vlak alebo počuje zvukové znamenie prichádzajúceho vlaku.

c) Ak je cesta dostatočne a súvisle osvetlená, vodič nemá rozsvietené diaľkové svetlá.



X.

16. Ozubené koleso s priemerom d mm vykoná n otáčok za minútu a zasahuje do iného ozubeného kolesa s priemerom 400 mm, ktoré sa otočí desaťkrát za minútu. Nájdite funkciu, ktorá určuje závislosť n od d .

X. + IX.

17. Ako závisí veľkosť uhla a (v stupňoch a v radiánoch), o ktorý sa otočí:

a) malá ručička hodín od času t (v minútach),

b) veľká ručička hodín od času t (v minútach)?

X.+ VII.+ II.

18. Pri voľnom páde je dráha priamo úmerná druhej mocnine času. Ak teleso spadne za 5 sekúnd z výšky 112,61 m, akú veľkú dráhu prejde počas pádu, ktorý trvá 14 sekúnd?

X. + II. + IX.

Výsledky X.

1.

a) o 40 %

b) 4,32 m

2. 1 kg

3. $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 - 3 = 240$

4.

a) $(4 + 4 + 4 + 4) : (4 \cdot 4) = 1$

b) $6 - 6 + 6 : 6 = 1$

c) $(7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7 + 7) : (7 \cdot 7) = 1$

5. $4 + 4 : 4 = 5; 5 - 5 + 5 = 5; 6 - 6 : 6 = 5$

6. Odpoveď: Žiaden, obe majú iba jeden koreň.

7. $5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$

8. b) 2001

9. Líšia sa o polomer r .

10. $S_{\text{pl}} = 8,79 \text{ dm}^2$

11. Výsledok je dvojnásobkom čísla, ktoré si divák myslel.

12.

a) Pre všetky prirodzené čísla platí: Ak je posledná číslica zápisu čísla v desiatkovej sústave 0, potom je toto číslo *deliteľné desiatimi*.

b) Ak má štvoruholník všetky strany zhodné a jeho uhlopriečky sú zhodné a kolmé, potom sa jedná o *štvorec*.

c) Ak zostrojíme kružnicu k s priemerom AB , potom vrcholy všetkých pravouhlých trojuholníkov s preponou AB ležia na kružnici k .

d) Ak je číslo párne a zároveň je jeho ciferný súčet *deliteľný bezo zvyšku tromi*, potom je toto číslo deliteľné aj číslom 6.

13.

- a) Oprava auta bude trvať *najviac dva dni*.
- b) Do cieľa etapy došlo *aspoň 57* závodníkov.
- c) V termíne pre príjem prihlášok sa *prihlásil aspoň jeden* súťažiaci.
- d) V poslednom týždni Športky boli *najviac dve alebo aspoň štyri* výhry v 2. poradí.
- e) *Aspoň jeden* učení *spadol* z neba.
- f) *Sýty* hladému *verí*.
- g) *Aspoň jedna* „vec“ je možná.

14.

- a) $A \vee B$ '
- b) $(A \Rightarrow B)$ '
- c) $(A \Rightarrow B) \vee C$
- d) $(A \vee B) \Leftrightarrow (A \wedge B)$
- e) $A' \vee B' \vee C'$
- f) $(A \wedge B)' \Leftrightarrow (A' \vee B')$

15.

- a) Ak vodič nedáva znamenie o zmene smeru jazdy, potom sa nechystá zastaviť pri chodníku.
- b) Ak vodič nevidí prichádzajúci vlak a nepočuje zvukové znamenie prichádzajúceho vlaku, potom vchádza na železničný prechod.
- c) Ak má vodič rozsvietené diaľkové svetlá, potom cesta nie je dostatočne alebo súvisle osvetlená.

$$16. n = \frac{4000}{d}$$

17.

a) $a = 6t$

b) $a = t$

18. 882,88 m

Literatúra

- Burjanová, Ludmila; Viskupová, Ivana. *Matematika strednej školy v testoch 1. časť*. Exam, 2003.
- Cihlář, Jiří; Zelenka, Milan. *Matematika pro 9. třídu 1. díl Pracovní učebnice*. Fortuna, 1996.
- Cihlář, Jiří; Zelenka, Milan. *Matematika pro 9. třídu 2. díl Pracovní učebnice*. Fortuna, 1996.
- Cihlář, Jiří; Lesáková, Eva; Řídká, Eva; Zelenka, Milan. *Očekávané výstupy v RVP ZV z matematiky ve světle testových úloh*. Tauris, 2007.
- Vošický, Zdeněk a kol. *Testy z přírodních věd*. Fragment, 1997.
- Vocelka, Jindřich. *Matematika nejen k maturitě*. Scientia, spol. s r.o. 2006
- Halouzka, Alois. *Písemky z matematiky SŠ*. Scientia, spol. s r.o. 2005.
- kol. *Ženy a muži v datech 2008*; ČSÚ, 2008.
- Bálint, Ludovít. *Vzdelávací štandard s exemplifikačnými úlohami z matematiky pre 2. stupeň základnej školy*. ŠPÚ, 2001.
- Štátne vzdelávacie programy. www.statpedu.sk, 2008
- ČSÚ: http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/data_pro_skolni_a_studentske_prace (12. 1. 2010)

Odporúčaná literatúra:

- Petáková, Jindra. *Matematika příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy* Prométheus, 1998.
- Cihlář, Jiří; Lesáková, Eva; Řídká, Eva; Zelenka, Milan. *Očekávané výstupy v RVP ZV z matematiky ve světle testových úloh*. Tauris, 2007.
- Vošický, Zdeněk a kol. *Testy z přírodních věd*. Fragment, 1997.
- ČSÚ: http://www.czso.cz/csu/redakce.nsf/i/data_pro_skolni_a_studentske_prace (12. 1. 2010)

3.stupeň

I. zručnosť

	Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi spôsobmi	Numerické zručnosti	Práca so znakmi (symbolmi)	Orientácia a práca s tabuľkou	Grafické vnímanie	Práca s diagramom a grafom	Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi	Priestorová predstavivosť	Funkcia ako vzťah medzi veličinami	Správnosť logickej úvahy	
1.	100										100
2.	30	30		10						30	100
3.	40	30							30		100
4.	30	30		10					30		100
5.	40		10	10					40		100
6.	50	40		10							100
7.	50	40		10							100
8.	30	20	20	10					20		100
9.	40	30							30		100
10.	30	20	10	10					30		100
11.	30	30	10	10					20		100
12.	30	30		10					30		100
13.	40	30	20							10	100
14.	30	20							20	30	100
15.	30		20		30				20		100
16.	80		20								100
17.	70		30								100
18.	30	30	10						30		100
19.	40	40	20								100
	820	420	170	90	30				300	70	

3.stupeň

II. zručnosť

	ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi spôsobmi	Numerické zručnosti	Práca so znakmi (symbolmi)	Orientácia a práca s tabuľkou	Grafické vnímanie	Práca s diagramom a grafom	Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi	Priestorová predstavivosť	Funkcia ako vzťah medzi veličinami	Správnosť logickej úvahy	
1.		50		10						40	100
2.		30	10						30	30	100
3.		30	10						30	30	100
4.		80	20								100
5.		30	10						30	30	100
6.		50		10					40		100
7.		50								50	100
8.	30	40								30	100
9.		40	20							40	100
10.		40			20					40	100
11.		80	20								100
12.	40	50	10								100
13.	30	30		10					30		100
14.		50	10						40		100
15.		50	10						40		100
16.		40	10	10					40		100
17.		80	20								100
18.		50							50		100
	100	870	150	40	20				330	290	

3.stupeň

III. zručnosť

	ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis čalku rôznymi Numerické zručnosti	Práca so znakmi (symbolmi)	Orientácia a práca s tabuľkou	Grafické vnímanie	Práca s diagramom a grafom	rovninných útvarov Práca s nimi	Priestorová predstavivosť	Funkcia ako vzťah medzi veličinami	Správnosť logickej úvahy	
1.	30	30	40							100
2.		50	50							100
3.		50	50							100
4.		30	40						30	100
5.		30	20					20	30	100
6.	30	40	20	10						100
7.	20	20	20	10				30		100
8.		40	20						40	100
9.	40	40	20							100
10.		40	20					40		100
11.		40	20					40		100
12.		30	20	10				40		100
13.	20	20	40					20		100
14.	20		40						40	100
15.			50		50					100
16.		30	70							100
17.		30	40					30		100
18.		30	30					40		100
	160	550	610	30	50			260	140	

3.stupeň

IV. zručnosť

	pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis Numerické zručnosti	Práca so znakmi	Orientácia a práca s tabuľkou	Grafické vnímanie	Práca s diagramom a grafom	rovninných útvarov a	Priestorová predstavivosť	Funkcia ako vzťah medzi veličinami	Správnosť logickej úvahy	
1.		20	40					40	100	
2.		20	40					40	100	
3.		30	30					40	100	
4.		20	30		20			30	100	
5.		20	20	30		30			100	
6.		40	20					40	100	
7.		20	10	20		20	30		100	
8.			40	20				40	100	
9.			40					30	100	
10.			30	30				40	100	
11.			30	30		20		20	100	
12.		20	40					40	100	
13.			20	40				40	100	
14.				50				50	100	
15.		40		30				30	100	
	230	100	480	60	20	70	30	180	330	

3.stupeň

V. zručnosť

	Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi spôsobmi	Numerické zručnosti	Práca so znakmi (symbolmi)	Orientácia a práca s tabuľkou	Grafické vnímanie	Práca s diagramom a grafom	Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi	Priestorová predstavivosť	Funkcia ako vzťah medzi veličinami	Správnosť logickej úvahy	
1.					40		30			30	100
2.					50	50					100
3.		20		10	30		20		20		100
4.		20			40		40				100
5.				10	50		40				100
6.		30		10	30		30				100
7.	30				50				20		100
8.					50					50	100
9.			30		40		30				100
10.			30		40		30				100
11.					50					50	100
12.					40		20			40	100
13.					50				50		100
14.			20		40				40		100
	30	70	80	30	600	50	240		130	170	

3.stupeň

VI. zručnosť

	Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi spôsobmi	Numerické zručnosti	Práca so znakmi (symbolmi)	Orientácia a práca s tabuľkou	Grafické vnímanie	Práca s diagramom a grafom	Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi	Priestorová predstavivosť	Funkcia ako vzťah medzi veličinami	Správnosť logickej úvahy	
1.					50	50					100
2.		20	10	10		30			30		100
3.					20	40			40		100
4.		30	20			50					100
5.		30	20			50					100
6.		40		10		50					100
7.		30	10			30				30	100
8.		40		10		50					100
9.		40		10		50					100
10.		20				40			20	20	100
11.					50	50					100
12.			50			50					100
		250	110	40	120	540			90	50	

3.stupeň

VII. zručnosť

	Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi spôsobmi	Numerické zručnosti	Práca so znakmi (symbolmi)	Orientácia a práca s tabuľkou	Grafické vnímanie	Práca s diagramom a grafom	Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi	Priestorová predstavivosť	Funkcia ako vzťah medzi veličinami	Správnosť logickej úvahy	
1.					40		60				100
2.		30					40			30	100
3.					20		40			40	100
4.		20					30		30	20	100
5.		20		10			30		20	20	100
6.		20			10		40			30	100
7.		20					30		30	20	100
8.		20					30		30	20	100
9.		20			20		30			30	100
10.			20	20	20	20	20				100
11.		30		10	10		30			20	100
12.		30					40			30	100
13.			20		40		40				100
14.		30					40			30	100
15.							40		30	30	100
16.							40		30	30	100
		240	40	40	160	20	580		170	350	

3.stupeň

VIII. zručnosť

	Chápanie čísla ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi spôsobmi	Numerické zručnosti	Práca so znakmi (symbolmi)	Orientácia a práca s tabuľkou	Grafické vnímanie	Práca s diagramom a grafom	Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi	Priestorová predstavivosť	Funkcia ako vzťah medzi veličinami	Správnosť logickej úvahy	
1.		20						40	20	20	100
2.		20						30	20	30	100
3.		20						30	20	30	100
4.		30			20		20	30			100
5.		30		10				30		30	100
6.		20						30	20	30	100
7.		30		10			30	30			100
8.				20				50		30	100
9.		30		10	30			30			100
10.					50			50			100
11.				20				80			100
12.					40		20	40			100
13.								50	50		100
14.		30						40	30		100
		230		70	140		70	560	160	170	

3.stupeň

IX. zručnosť

	pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi	Numerické zručnosti	Práca so znakmi (symbolmi)	Orientácia a práca s tabuľkou	Grafické vnímanie	Práca s diagramom a grafom	Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi	Priestorová predstavivosť	Funkcia ako vzťah medzi veličinami	Správnosť logickej úvahy	
1.		30							40	30	100
2.		30							40	30	100
3.		20							40	40	100
4.		40		10					50		100
5.		50							50		100
6.		30		10					30	30	100
7.				20					40	40	100
8.		30	20	10					40		100
9.		30							40	30	100
10.		30	20	10					40		100
11.		20							40	40	100
12.		40	10						50		100
13.			10						50	40	100
14.				20					40	40	100
15.			30						70		100
16.									60	40	100
17.						30			40	30	100
		350	90	80		30			760	390	

3.stupeň

X. zručnosť

	ako pojmu vyjadrujúceho kvantitu; zápis celku rôznymi	Numerické zručnosti	Práca so znakmi (symbolmi)	Orientácia a práca s tabuľkou	Grafické vnímanie	Práca s diagramom a grafom	Poznanie rovinných útvarov a práca s nimi	Priestorová predstavivosť	Funkcia ako vzťah medzi veličinami	Správnosť logickej úvahy	
1.	20	40								40	100
2.	20	40								40	100
3.		30							30	40	100
4.		30							30	40	100
5.		30							30	40	100
6.										100	100
7.		40	10							50	100
8.		20	10	10					30	30	100
9.								50		50	100
10.		30						30		40	100
11.									40	60	100
12.										100	100
13.										100	100
14.			30							70	100
15.										100	100
16.									50	50	100
17.		20					30			50	100
18.		30							20	50	100
	40	310	50	10			30	80	230	1050	