

**Pavol Hanzel, Milan Pokorný, Pavel Híc,  
Katarína Sebínová, Michaela Chvojková**

**BLENDED LEARNING  
AKO EFEKTÍVNY NÁSTROJ  
VO VYUČOVANÍ MATEMATICKÝCH  
PREDMETOV NA TU A UMB**

**Trnava 2015**

**TRNAVSKÁ UNIVERZITA V TRNAVE  
PEDAGOGICKÁ FAKULTA**



Monografia je parciálnym výstupom vedeckého projektu Kultúrnej a edukačnej grantovej agentúry MŠVVaŠ SR (KEGA) č. 008UMB-4/2013 *Efektivita blended learningu v príprave budúcich učiteľov matematiky*.

Recenzenti:

doc. RNDr. Pavel Klenovčan, CSc.

doc. PaedDr. Katarína Žilková, PhD.

**PAVOL HANZEL, MILAN POKORNÝ, PAVEL HÍC,  
KATARÍNA SEBÍNOVÁ, MICHAELA CHVOJKOVÁ**

**BLENDED LEARNING  
AKO EFEKTÍVNY NÁSTROJ  
VO VYUČOVANÍ MATEMATICKÝCH  
PREDMETOV NA TU A UMB**



**Trnava 2015**

© prof. RNDr. Pavol Hanzel, CSc., 2015  
© PaedDr. Milan Pokorný, PhD., 2015  
© doc. RNDr. Pavel Híc, CSc., 2015  
© RNDr. Katarína Sebinová, PhD., 2015  
© Mgr. Michaela Chvojková, 2015  
© Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity, 2015  
ISBN 978-80-8082-865-3

# OBSAH

Úvod .....	6
1. E-learning a blended learning .....	8
1.1 E-learning .....	9
1.2 Blended learning .....	13
1.3 Špecifiká tvorby e-learningového kurzu.....	15
2. E-learningové kurzy z matematiky na TU a UMB .....	16
2.1 E-learning a blended learning na TU a UMB .....	17
2.2 Moodle a vyučovanie matematiky .....	19
2.3 Aritmetika .....	25
2.4 Celé, racionálne, reálne čísla .....	28
2.5 Vybrané kapitoly z aritmetiky .....	31
2.6 Diskrétna matematika .....	36
2.7 Finančná matematika .....	39
2.8 Elementárna matematika 6 .....	42
2.9 Geometrické miesto bodov .....	47
2.10 Informačno-komunikačné technológie .....	51
2.11 E-kurzy určené pre žiakov základných škôl .....	56
3. Overovanie efektívnosti blended learningu vo vzdelávacom procese .....	62
3.1 Blended learning vo vyučovaní predmetov učiteľstva pre primárne vzdelávanie na TU	63
3.2 Efektivita použitia interaktívnych prvkov vo vyučovaní na TU .....	67
3.3 Blended learning vo vyučovaní matematických predmetov na TU .....	70
3.4 Skúsenosti s použitím elektronických vzdelávacích materiálov vo vyučovaní matematiky na základnej škole .....	75
3.5 Zhrnutie .....	81
Záver .....	82
Literatúra .....	84

## POĎAKOVANIE

Predložená monografia, ako aj v nej opísané kurzy, vznikla aj vďaka podpore grantov KEGA 008UMB-4/2013 s názvom „Efektivita blended learningu v príprave budúcich učiteľov matematiky“ a KEGA 010UMB-4/2011 s názvom „Tvorba elektronických kurzov z matematiky pre žiakov základných škôl a prvých 4 ročníkov osemročných gymnázií“.

Autori ďakujú obom recenzentom tejto monografie, doc. RNDr. Pavlovi Klenovčanovi, CSc. a doc. PaedDr. Kataríne Žilkovej, PhD., ktorí si ju starostlivo prečítali a ktorých cenné pripomienky nepochybne prispeli k jej skvalitneniu.

*Autori*

## ÚVOD

Cieľom predloženej vedeckej monografie je sumarizovať hlavné výsledky podrobnej analýzy efektívnosti využívania moderných technológií vo vyučovaní matematických predmetov. Tento cieľ zahŕňa:

- teoretické východiská e-learningu a blended learningu,
- komparáciu využitia e-learningových kurzov a využitia tradičných vyučovacích metód vo vyučovaní matematických predmetov,
- sumarizujúci pohľad na podrobnú analýzu výsledkov výskumu, ktorý bol realizovaný v rámci vzdelávacieho procesu počas ostatných štyroch rokov s cieľom overiť efektívnosť využitia blended learningu vo vyučovaní matematických predmetov.

Predložená vedecká monografia je parciálnym výstupom vedeckého projektu Kultúrnej a edukačnej grantovej agentúry MŠVVaŠ SR (KEGA) č. 008UMB-4/2013 s názvom Efektivita blended learningu v príprave budúcich učiteľov matematiky. Hlavným cieľom vyššie spomínaného projektu je prispievať k zvyšovaniu matematickej a počítačovej gramotnosti budúcich učiteľov matematiky a učiteľov na prvom stupni ZŠ v oblasti efektívneho využitia moderných technológií vo vyučovaní prostredníctvom blended learningu, teda kombinácie elearningových kurzov a klasickej formy vyučovania. Hlavným prínosom projektu je dosiahnutie vyššej úrovne počítačovej gramotnosti budúcich učiteľov matematiky a učiteľov na prvom stupni ZŠ. Tieto novonadobudnuté kompetencie sú pre nich veľmi dôležité, nakoľko mnohí z nich sa stanú v budúcnosti učiteľmi na základných a stredných školách a keďže budú pripravení efektívne využívať moderné technológie vo vyučovaní, bude to mať nesporne pozitívny dopad aj na úroveň počítačovej gramotnosti ich žiakov, ktorej zvyšovanie je zakotvené aj v Štátnom vzdelávacom programe. V rámci riešenia projektu bol okrem iného realizovaný výskum zameraný na efektívnosť blended learningu vo vyučovaní matematických predmetov na Trnavskej univerzite a na Univerzite Mateja Bela.

Monografia je rozdelená na tri kapitoly. V prvej kapitole čitateľ nájde charakteristiku e-learningu a blended learningu. Druhá kapitola poskytuje podrobnú charakteristiku e-learningových kurzov z oblasti matematiky, ktoré sú efektívne využívané vo vzdelávacom procese na Trnavskej univerzite a na Univerzite Mateja



Bela. Tretia kapitola obsahuje prehľad našich výsledkov a skúseností s používaním blended learningu vo vyučovaní matematických predmetov, najmä za posledné štyri roky. Čitateľ tu nájde sumarizáciu výsledkov mnohých experimentov, ktoré boli počas dlhšieho časového obdobia realizované na vzorke desiatok až stoviek študentov, spracované pomocou nástrojov opisnej a testovacej štatistiky a parciálne publikované vo viacerých vedeckých prácach, vrátane prác evidovaných v medzinárodných vedeckých databázach. Z tejto sumarizácie jednoznačne vyplýva, že moderné technológie sú prostriedkom, ktorý dokáže pri jeho vhodnom použití zefektívniť vzdelávací proces.

*Autori*

# **1. E-learning a blended learning**

Obrovský rozvoj moderných informačných a komunikačných technológií v ostatných dvoch desaťročiach spôsobil, že tieto technológie sa stali dostupnými veľkému počtu obyvateľov a prenikli takmer do všetkých oblastí ľudského života, výchovu a vzdelávanie nevynímajúc. Efektívne využívanie moderných technológií na dosiahnutie vzdelávacích cieľov sa stalo jednou z priorít v mnohých krajinách. Pochopiteľne, výnimkou nie je ani Slovenská republika, o čom svedčí napríklad centrálna podporovaná realizácia projektov Infovek či Digipedia.

Ak však chceme dosiahnuť, aby učitelia na základných a stredných školách efektívne využívali moderné technológie, je potrebné pripravovať ich na to už počas ich vysokoškolského štúdia. Na tento fakt by preto mali pamätať všetky fakulty, ktoré pripravujú budúcich učiteľov pre základné a stredné školy. Je nesporne užitočné, ak študenti pocítia pozitívne efekty využitia moderných technológií vo vzdelávaní už počas svojho vysokoškolského štúdia, a tak si nenásilnou formou osvoja, že podobne by mali používať moderné technológie aj vo svojej budúcej pedagogickej praxi.

Kombináciu využitia moderných technológií a klasickej formy vyučovania dnes nájdeme na mnohých slovenských fakultách, ktoré si od nej sľubujú zefektívnenie vzdelávacieho procesu. Táto moderná forma vzdelávania má veľký význam aj v dištančnej forme štúdia, nakoľko zvýši nezávislosť študentov od miesta a času a umožní najmä študentom externého štúdia študovať kdekoľvek, kedykoľvek, vlastným tempom a aktívne.

Problémom však stále ostáva nedostatok profesionálne spracovaných elektronických kurzov, ktoré by boli voľne prístupné cez Internet pre študentov slovenských vysokých škôl. Situácia sa na našich fakultách však permanentne zlepšuje. Veríme, že i kurzy opísané v tejto monografii, ktoré sú jedným z výsledkov našej práce za niekoľko ostatných rokov, prispievajú k eliminácii tohto problému.

## **1.1 E-learning**

Termín e-learning sa už dve desaťročia frekventovane používa v rôznych vedeckých a odborných publikáciách a na rôznych vedeckých či odborných podujatiach. V odbornej literatúre však nenájdeme jeho presnú a jednotnú definíciu, nakoľko definície pojmu e-learning sa medzi sebou líšia.

Tavangarian, Leypold, Nölting, Röser a Voigt (2004) poukazujú na rôznorodosť definícií e-learningu. Konštatujú, že pre mnohých autorov je pre pojem e-learning postačujúce už použitie elektronických médií vo vyučovacom procese. Pochopiteľne, takáto definícia e-learningu je príliš široká. Podľa nich správna definícia musí vyžadovať, aby elektronické médiá poskytovali špecifickú podporu vzdelávaciemu procesu, ktorú nedokážu poskytnúť iné médiá. Títo autori navrhujú nasledujúcu definíciu pojmu e-learning, aby zdôraznili nové a odlišné aspekty e-learningu v porovnaní s tradičným vzdelávaním: „e-Learning sú všetky formy elektronicky podporovaného vzdelávania a vyučovania, ktoré sú z hľadiska povahy založené na postupoch a zameriavajú sa na efektívne budovanie vedomostí s ohľadom na individuálne skúsenosti a vedomosti študenta. Informačné a komunikačné systémy, či už sú alebo nie sú zosieťované, slúžia ako špecifické médiá na realizáciu vyučovacieho procesu.“

Clark a Mayer (2003) definujú e-learning ako učenie sa sprostredkované počítačom formou CD-ROM, Internetu, či intranetu s nasledujúcimi vlastnosťami:

- zahŕňa obsah podstatný pre dosiahnutie vzdelávacích cieľov,
- používa metódy ako precvičovanie a príklady,
- používa elementy ako texty a obrázky pre sprostredkovanie obsahu a metód,
- vytvára nové vedomosti a zručnosti na dosiahnutie individuálnych cieľov či zlepšenie výkonu organizácie.

Podľa tejto definície, e-learningový kurz:

- obsahuje nielen informácie, ale aj návody, metódy a techniky, ktoré pomôžu študentom zvládnuť obsah kurzu,
- je sprostredkovaný študentom cez počítače vo forme tlačeného či hovoreného textu a grafiky (obrázky, ilustrácie, fotografie, grafy, schémy, animácie, videá, ...),
- má za cieľ pomôcť študentom dosiahnuť individuálne vzdelávacie ciele, respektíve zlepšiť činnosť organizácie, pre ktorú študenti pracujú.

Niekoľko ďalších definícií e-learningu uvádzajú Fikar a kol. (2012). Definícia od zakladateľa e-learningového priemyslu Masieho znie: „E-learning je nástroj

využívajúci sieťové technológie na vytváranie, distribúciu, výber, administráciu a neustálu aktualizáciu vzdelávacích materiálov“. Definícia podľa uznávaného odborníka v oblasti e-learningu Khana zasa znie: „E-learning môže byť pokladaný za inovatívny prístup k sprostredkovaniu interaktívneho výučbového prostredia, zameraného na učiaceho sa, ľahko prístupného hocikomu, hocikedy a na akomkoľvek mieste pri využití vlastností a zdrojov digitálnych technológií a tiež iných foriem výučbových materiálov, ktoré sú vhodné pre otvorené a flexibilné prostredie.“

Z vyššie uvedených definícií vidíme, že definícia pojmu e-learning v odbornej literatúre skutočne nie je jednotná.

Význam e-learningu je však obrovský, a to nielen v sfére základného, stredného a vysokého školstva. Ako uvádza Fikar a kol. (2012), rozhodnutím Európskeho parlamentu a Rady č. 2318/2003/ES sa v období rokov 2004 – 2006 uviedol do života nový komunitárny program e-learning. Na účely zavádzania elektronického vzdelávania vyčlenila Európska Únia zdroje vo výške 44 mil. Eur. Cieľom tejto investície bolo a je zapojenie informačných a komunikačných technológií do vzdelávania a do odbornej prípravy v Európe, ako do východiska celoživotného vzdelávania. Fikar a kol. (2012) konštatujú, že e-learning sa považuje za najefektívnejší spôsob, ako realizovať celoživotné vzdelávanie. Podľa nich je dôvodom skutočnosť, že k e-learningovému kurzu má frekventant vďaka pripojeniu na Internet prístup kdekoľvek a kedykoľvek. Medzi výhody využívania e-learningu na účely celoživotného vzdelávania zaradili zníženie celkových investícií do vzdelávania; zvýšenie kvality vzdelávacieho procesu využívaním inovatívnych metód a foriem vzdelávania; umožnenie zachovať úroveň pracovnej produktivity aj v čase absolvovania vzdelávania; zjednodušenie a sprehľadnenie vyhodnotenia študijných výsledkov; možnosť výmeny skúseností študentov vďaka nástrojom e-learningového systému počas celého trvania kurzu; neustály prístup k novým študijným materiálom; možnosť naraz školiť tisíce zamestnancov.

Efektívne využitie moderných technológií vo vzdelávaní podporuje aj Ministerstvo školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky. Podľa dokumentu MŠVVaŠ SR (2013), základné ciele koncepcie informatizácie rezortu školstva s výhľadom do roku 2020 sú:

1. rozvoj najmodernejších technológií na podporu výučby a výskumu,

2. implementácia modernej centralizovanej infraštruktúry informačných a telekomunikačných technológií pre potreby regionálneho a vysokého školstva, vzdelávacích a vedecko-výskumných pracovísk a športových organizácií,
3. digitalizácia vzdelávania v materských, základných, stredných a vysokých školách,
4. optimalizácia procesov v rezorte a ich podpora zavedením elektronických služieb naviazaných na eGovernment.

Medzi ciele koncepcie, okrem iného, patrí aj zabezpečiť do roku 2016 digitálne vzdelávacie a učebné pomôcky (ako napr. interaktívne tabule alebo projektory) do každej druhej triedy v materských, základných, stredných školách a vysokých školách; širokopásmový bezpečný internet, dostupné digitálne učivo ako plnohodnotný doplnok ku klasickým vzdelávacím materiálom a adekvátne koncové zariadenie umožňujúce digitálne vzdelávanie pre každého učiteľa.

Aj spôsoby realizácie výučby prostredníctvom e-learningu sa na jednotlivých inštitúciách líšia. Pri takzvanom off-line vzdelávaní nevyžadujeme, aby bol študent pri výučbe pripojený k Internetu. Študenti majú učebné materiály k dispozícii napríklad na CD alebo DVD. Naopak, pri on-line vzdelávaní vyžadujeme, aby bol študent pripojený do počítačovej siete (Internet či intranet). Učebné materiály sú študentom prístupné prostredníctvom počítačových sietí, častokrát v LMS (learning management system), do ktorého sa najprv musia prihlásiť. On-line výučba môže prebiehať synchronnou formou, pri ktorej sú všetci účastníci vzdelávania prítomní v rovnakom čase (hoci na rôznom mieste), vďaka čomu môžu spolu komunikovať prostredníctvom videokonferencií alebo chatu podobne, ako keby sedeli v jednej miestnosti. Pri asynchrónnej forme on-line výučby nevyžadujeme, aby študenti študovali v rovnakom čase. Študenti si sami zvolia, kde a kedy budú pracovať so vzdelávacími materiálmi. V tomto prípade môžu komunikovať napríklad prostredníctvom mailu, nástenky či diskusného fóra.

Odborná literatúra sa zhoduje v názore, že e-learning kladie odlišné nároky na študenta ako klasické vzdelávanie. Napríklad Fikar a kol. (2012) konštatujú, že e-learning vyžaduje od študujúcich vyššie nároky na počítačové zručnosti a vedomosti, ale zároveň im ponúka rozumné alternatívne riešenie situácie vo vzdelávaní. Od jednotlivcov sa však vyžaduje schopnosť byť samostatní a mať sebadisciplínu. Mali by byť schopní organizovať vlastné učenie, posúdiť vlastnú prácu a v prípade potreby vyhľadať poradenstvo, informácie a podporu. Postoj k učeniu by mal byť založený na

záujme riešiť problémy, vyvíjať kreativitu, iniciatívu, podnikavosť a pod. Predpokladá tiež rozvíjanie spolupráce v heterogénnych skupinách, výmenu poznatkov. Získané zručnosti sa potom v pracovnom procese prejavujú schopnosťami plánovať, riadiť, analyzovať, komunikovať, hodnotiť, vyjednávať a pod., či už individuálne, alebo v tímoch.

## 1.2 Blended learning

V odbornej literatúre možno nájsť množstvo výhod e-learningu oproti klasickej forme vzdelávania, ale aj viacero nevýhod. Je preto prirodzené snažiť sa skombinovať výhody, ktoré ponúka e-learning s výhodami, ktoré ponúka klasická forma vzdelávania. Kombinácia e-learningu a klasickej formy vzdelávania je v odbornej literatúre označovaná ako blended learning.

Blended learning zvyčajne definujeme ako kombináciu e-learningu a klasického vzdelávania v triede. Fisher (2003) charakterizuje blended learning ako výber optimálnej kombinácie stratégií, ktoré umožnia študentovi či skupine študentov dosiahnuť požadované výsledky vzdelávania. Podľa Browna (2003) blended learning poskytuje študentom všetky výhody online vzdelávania vrátane zníženia nákladov, časovej efektívnosti a nezávislosti od miesta vzdelávania, ako aj výhody, ktoré prináša klasické vzdelávanie v triede.

Posun od klasickej formy vzdelávania k blended learningu začal už koncom 20. storočia. Niektoré klasicky realizované vyučovacie hodiny boli nahradené nezávislou aktivitou študentov, ktorá mohla byť realizovaná kedykoľvek a kdekoľvek.

Podľa Thornea (2003), blended learning je najlogickejšim a najprirodzenejším vyústením vzdelávacej agendy. Ponúka elegantné riešenia pre prispôbenie vzdelávania potrebám jednotlivca. Predstavuje možnosť integrovať inovatívne a technologické výhody ponúkané on-line vyučovaním s interakciou učiteľa so študentmi či medzi študentmi navzájom ponúkanou v klasickej forme vzdelávania.

V odbornej literatúre nájdeme množstvo výhod, ktoré ponúka blended learning. Uvedieme aspoň niektoré:

- podľa Lilje a Peat (2010) blended learning poskytuje študentom bohatšie a viac podporujúce prostredie,

- podľa Owana (2010) blended learning poskytuje prístupy orientované na študenta, vytvára študentom motivujúce prostredie pre vzdelávanie sa,
- podľa Gregory a Trapani (2012) blended learning umožňuje študentom pripravovať sa v ľubovoľnom čase a na ľubovoľnom mieste, pomáha študentom efektívnejšie využívať čas strávený vzdelávaním, zlepšuje ich schopnosti plánovania, výrazne zlepšuje schopnosti študentov úspešne dosiahnuť ciele vzdelávania.

Je blended learning efektívnejší ako klasické vzdelávanie? Na túto otázku nám odborná literatúra nedáva jednoznačnú odpoveď. Myšlienka, či použitie blended learningu zlepšuje študijné výsledky, bola podrobne skúmaná v mnohých štúdiách zameraných na efektívnosť e-learningu a blended learningu (Béřešová a kol., 2015; Kashefi a kol., 2012; Mišútová, 2009; Pyzdrowski a kol., 2011; Rajini, Tiwary a Ganapathy, 2011; Ramakrisnan a kol., 2012). Na druhej strane, existujú štúdie, ktoré sú oveľa viac kritické k použitiu moderných technológií vo vzdelávaní. Tvrdia, že zlepšenie výsledkov študentov nie je dostatočne významné. Za slabé miesta tejto formy vzdelávania sú častokrát považované nedostatočné schopnosti efektívne používať moderné technológie, čo viac rozptyľuje študentov ako im pomáha efektívne pracovať (van Braak, 2001).

Čo sa týka vyučovania matematiky, Cheung a Slavin (2013) preukázali, že použitie IKT má v porovnaní s tradičnou formou vyučovania síce malý, ale pozitívny vplyv na vedomosti študentov z matematiky. Štúdia Híca (2012) preukázala, že blended learning v predmete Aritmetika predstavuje vhodnú alternatívu ku klasickej forme vzdelávania, ktorá umožňuje zvýšiť úroveň vedomostí študentov a zlepšiť ich schopnosti uspieť v záverečnom teste. Je zrejmé, že význam e-learningu vo vyučovaní matematiky permanentne narastá. Podľa Klenovčana (2004) v súčasnej dobe môžeme pozorovať pomerne veľký rozmach vyučovacích metód, ktoré sú podporované počítačmi a rôznymi sieťovými systémami. Súhrnne sú nazývané ako e-learningové metódy. Sú jednou z alternatív, ktorá by mala zabrániť nežiaducemu zníženiu úrovne vyučovania. Žilková (2009) potvrdzuje, že „vyhľadávanie nových foriem využívania prostriedkov informačných a komunikačných technológií vo vyučovaní matematiky na všetkých stupňoch škôl, ale aj v rámci dištančného a e-learningového matematického vzdelávania patrí k prioritám súčasného smerovania a modernizácie vyučovania matematiky”.



## 1.3 Špecifiká tvorby e-learningového kurzu

Je všeobecne známe, že kvalitný e-learningový kurz by sa mal výrazne líšiť od klasickej tlačenej učebnice. Podľa Žilkovej (2013) „očakávania z tvorby a využívania elektronických kurzov vo vyučovaní na rôznych stupňoch škôl sú rozmanité, zvyčajne však pomerne vysoké. Predpoklady vyplývajú z rôznych charakteristík e-kurzov, ktoré sú akcentované v odbornej literatúre, ale aj v samotných preferenciách zainteresovaných softvérových platforiem, v ktorých sa e-kurzy implementujú (napr. Moodle). K niektorým uvádzaným benefitom patria napríklad: možnosti kombinovania textov, hypertextov, audio a video záznamov, animácií, resp. apletov.”

Jedným z dôležitých atribútov, ktoré by mal kvalitný e-learningový kurz mať, je práve interaktivita. Práve integrácia interaktívnych prvkov do elektronických vzdelávacích materiálov ich výrazne odlišuje od klasických tlačených učebných textov.

Podľa Žilkovej (2007) si pod pojmom interaktivita môžeme predstaviť „možnosť okamžitej reakcie na podnet (obojsmerná komunikácia). Interaktivita vnáša do vzdelávacieho procesu prvky dynamiky. Mení statický prístup znázorňovacích techník na možnosť dynamických zmien v závislosti od vstupných podnetov. Tým sa otvárajú nové možnosti v technologických vzdelávacích prístupoch.“

Na Internete nájdeme obrovské množstvo materiálov určených na vyučovanie matematiky. Nanešťastie, miera ich interaktivity je veľmi nízka. Mnohé z nich iba kontrolujú správnosť odpovede študenta, avšak ak je odpoveď nesprávna, neposkytujú študentovi žiadnu spätnú väzbu, ktorá by ho priviedla k správne riešeniu. V druhej kapitole uvedieme príklady interaktívnych prvkov, ktoré poskytujú študentom matematických predmetov spätnú väzbu, ktorá sa ich snaží priviesť ku správne riešeniu.

Cieľom neustáleho vývoja nami vytvorených e-kurzov je integrácia interaktívnych prvkov, pretože tie môžu pomôcť naplno využiť možnosti IKT vo vyučovaní matematiky. Pozitívny vplyv interaktívnych prvkov na zlepšenie úrovne vedomostí študentov z matematiky bol preukázaný napríklad v štúdiu Pokorného (2014) a Pokorného (2013).

## **2. E-learningové kurzy z matematiky na TU a UMB**

Tvorba e-learningových kurzov vo všeobecnosti, podľa Žilkovej (2013), prebieha vo vzájomnej konfrontácii, ale aj kooperácii dvoch základných atribútov kvalitného e-kurzu: na jednej strane „spracovať kurz po obsahovej stránke odborne korektný a zaujímavý a na druhej strane z praktického hľadiska efektívny a užitočný“. Preto v procese návrhu a implementácie e-kurzu dochádza často k dilemám autorov e-kurzov o forme a spôsobe spracovania obsahu.

V tejto kapitole uvedieme opis tvorby a charakteristiku e-learningových kurzov, ktoré boli vytvorené pracovníkmi Trnavskej univerzity a Univerzity Mateja Bela, pričom sa zameriame najmä na e-kurzy vytvorené počas riešenia projektu KEGA 008UMB-4/2013 s názvom „Efektivita blended learningu v príprave budúcich učiteľov matematiky“. Taktiež sa zameriame na e-kurzy, ktoré boli v rámci riešenia uvedeného projektu inovované alebo ktorých efektivitu použitia vo vzdelávacom procese sme skúmali.

## **2.1 E-learning a blended learning na TU a UMB**

Ako uvádzajú Fikar a kol. (2012), rozsiahlejšia implementácia e-learningu je finančne pomerne nákladná. Zo širšieho hľadiska je iniciátorom efektívnejšieho vzdelávania samotné vedenie vzdelávacej inštitúcie, ktoré by túto aktivitu malo zahrnúť medzi strategické priority. Bez aktívnej podpory manažmentu je akákoľvek dobre mienená snaha jednotlivcov, resp. skupín odsúdená na neúspech.

Pedagogická fakulta Trnavskej Univerzity sa už od svojho vzniku v roku 1992 snaží o efektívne využitie moderných informačných a komunikačných technológií vo vzdelávacom procese. Tieto technológie boli vo vzdelávacom procese využívané najmä pri vyučovaní matematiky a prírodovedných predmetov. Spočiatku sa jednalo najmä o počítačom podporované vyučovanie. Významná zmena však nastala v roku 2003, keď Trnavská univerzita začala používať learning management system EKP<sup>TM</sup> (v súčasnosti známy ako NTS). Použitie tohto systému umožnilo nielen podporu vyučovacieho procesu, ale aj manažovanie a monitorovanie aktivít študentov (Horváth a Mišút, 2005). Z matematických disciplín boli vytvorené nasledujúce e-learningové kurzy:

- Grafové algoritmy v školskej praxi,

- Binárne relácie,
- Logika,
- Množiny,
- Opisná štatistika,
- Testovanie štatistických hypotéz.

Bližšie informácie o kurzoch, ako aj výsledky výskumu zameraného na ich použitie vo vzdelávacom procese, zhrnul Pokorný (2011).

V roku 2010 sa jednou z kľúčových priorít Trnavskej univerzity stali aj investície do infraštruktúry IKT. V rámci riešenia projektu Rozvoj virtuálnej univerzity - Tvorba a inovácia študijných programov s využitím moderných foriem vzdelávania, ktorý patril do operačného programu Vzdelávanie pre programové obdobie 2007 – 2013, Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity pokryla e-learningovými kurzami celý študijný program Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie. Z matematiky boli vyvinuté e-kurzy:

- Aritmetika (Híc, 2013),
- Celé, racionálne, reálne čísla (Pokorný, 2013),
- Primárne matematické vzdelávanie 1 (Partová, 2013),
- Primárne matematické vzdelávanie 2 (Židek, 2013b),
- Geometria (Žilková, 2013),
- Geometrické modelovanie a priestorová predstavivosť (Židek, 2013a).

V rámci riešenia projektu Racionalizácia vzdelávania na Trnavskej univerzite v Trnave, ktorý taktiež patril do operačného programu Vzdelávanie pre programové obdobie 2007 – 2013, boli z matematiky vyvinuté kurzy:

- Algebra 1 (Černek, 2013),
- Geometria 2 (Vranková, 2013),
- Diskrétna matematika (Pokorný, 2012).

Členovia katedry matematiky a informatiky Pedagogickej fakulty Trnavskej univerzity v spolupráci s pracovníkmi katedry matematiky Fakulty prírodných vied Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici využívali e-learning a blended learning

v príprave budúcich učiteľov matematiky a budúcich učiteľov prvého stupňa základných škôl pomerne často. K tomu nesporne dopomohlo riešenie viacerých na seba naväzujúcich projektov grantovej agentúry KEGA. Úzka spolupráca začala riešením grantu

- KEGA 3/4149/06 s názvom „Tvorba elektronických kurzov z matematiky“, pokračovala riešením grantov
- KEGA 3/7263/09 s názvom „E-learning ako efektívny nástroj vo vyučovaní matematiky“,
- KEGA 010UMB-4/2011 s názvom „Tvorba elektronických kurzov z matematiky pre žiakov základných škôl a prvých 4 ročníkov osemročných gymnázií“ a momentálne pokračuje riešením grantov
- KEGA 008UMB-4/2013 s názvom „Efektivita blended learningu v príprave budúcich učiteľov matematiky“ a
- KEGA 003TTU-4/2015 s názvom „Elektronické kurzy pre vyučovanie matematiky na základných školách a v prvých 4 ročníkoch osemročných gymnázií“.

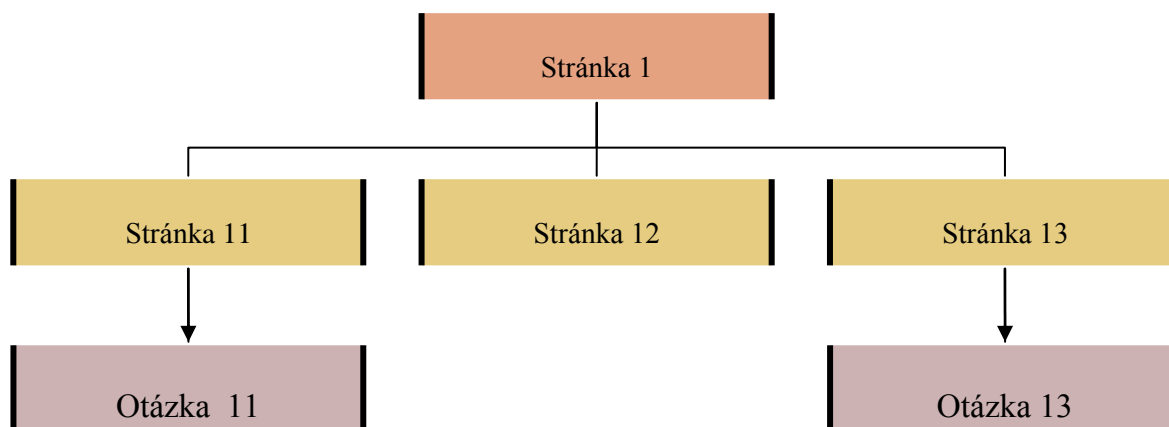
Hlavnými výsledkami riešenia projektov bolo množstvo e-learningových kurzov z oblasti matematiky, ktoré boli následne používané vo vzdelávacom procese a výskum zameraný na ich efektívnosť.

## 2.2 Moodle a vyučovanie matematiky

Elektronická podpora vo vzdelávaní využívajúca LMS Moodle je charakterizovaná ako multimedialna forma riadeného štúdia, v ktorom vyučujúci a študenti v priebehu vzdelávania komunikujú prevažne *off-line* formou. Charakteristickým znakom tohto typu štúdia je zvýšený podiel samostatnosti, pričom prezentácia nového učiva sa uskutočňuje pomocou moderných vzdelávacích aktivít. Budeme sa venovať základnej didaktickej aktivite v systéme Moodle - elektronickej prednáške (ďalej len „e-lekcia“). Moodle je používaný pre zdokonaľovanie práce tvorcov kurzov. Predpokladáme, že používateľ systému Moodle má minimálne práva „Tvorcu kurzu“. Uvedieme základné metodické pokyny pre vytvorenie e-lekcie a jej editáciu.

## E-lekcia

E-lekcia má štruktúru „interaktívneho textu“, pričom zaujímavou a flexibilnou formou doručuje obsah vzdelávania študentovi. Je zostavená zo samostatných elektronických strán (učebný text), ktoré sú navzájom hypertextovo prepojené. To znamená, že po preštudovaní obsahu na danej stránke môžeme prejsť na ľubovoľnú stránku predpísanú týmto prepojením (pozri obrázok 2.1).



Obr. 2.1: Schéma e-lekcie

Každá strana môže byť ukončená buď kontrolnými otázkami alebo vetvou s niekoľkými ponukami novej učebnej látky. Záleží od študenta, ktoré nasmerovanie si vyberie. V prípade, že na stránku sú zaradené kontrolné otázky, musí študent pred pokračovaním štúdia zodpovedať na tieto otázky. Ak študent zodpovie správne, môže pokračovať ďalej v prednáške. Ak zodpovie nesprávne, tak systém ho vráti späť na predchádzajúci text. Podľa charakteru nesprávnej odpovede môže byť študent:

- penalizovaný, alebo
- musí prečítať danú stránku ešte raz,
- alebo sa musí vrátiť späť, niekedy až na začiatok kapitoly!

V závere e-lekcie je postup študenta vyhodnotený, pričom spôsob a formu hodnotenia zadá učiteľ. Ukážky e-lekcií si čitateľ môže prezrieť v elektronickom kurze Vybrané kapitoly z aritmetiky na stránke UMB Banská Bystrica <https://lms2.umb.sk/course/view.php?id=220>, resp. v kurze Dejiny matematiky na stránke <https://lms2.umb.sk/course/view.php?id=187>. Kurzy sú voľne dostupné.

## Vytvorenie e-lekcie

V nasledujúcom texte priblížime čitateľovi, ako má postupovať, aby si mohol vytvoriť vlastnú e-lekciu. Vytvorenie e-lekcie si vyžaduje urobiť dva hlavné kroky: nastavenie základných parametrov e-lekcie a vloženie obsahu na stránky e-lekcie.

Medzi základné parametre e-lekcie resp. prednášky zaraďujeme stanovenie *Mena prednášky*, čo je povinný údaj. Nepovinné údaje sú prednastavené, ktoré môžeme v prípade potreby zmeniť. Napríklad časový limit a maximálny počet odpovedí. Časový limit predstavuje čas, ktorý má študent na zvládnutie učiva prezentovaného v prednáške. Maximálny počet odpovedí predstavuje maximálny počet možných odpovedí pri kontrolných otázkach a zároveň maximálny počet vetiev pri tabuľkách s rozvetvením.

K základným parametrom e-lekcie zaraďujeme *Možnosti známkovania*, *Kontrola prechodu stránok* stanovíme zadaním vhodných parametrov podľa možností, ktoré reprezentuje obrázok 2.2.

Možnosti známkovania	Kontrola prechodu stránok
Cvičná prednáška ? <input type="text" value="Nie"/>	Povoliť študentom neskoršiu revíziu ? <input type="text" value="Nie"/>
Používateľské bodovanie ? <input type="text" value="Áno"/>	Zobraziť tlačidlo pre opätovné hodnotenie ? <input type="text" value="Nie"/>
Maximálna známka ? <input type="text" value="0"/>	Maximálny počet pokusov ? <input type="text" value="1"/>
Študent môže prejsť prednášku znovu ? <input type="text" value="Nie"/>	Udalosť po správnej odpovedi ? <input type="text" value="Normálne - nasleduj plán prednášky"/>
Spracovanie opakovaného prechodu ? <input type="text" value="Použiť priemer"/>	Zobraziť implicitnú reakciu ? <input type="text" value="Nie"/>
Zobrazovať priebežné skóre ? <input type="text" value="Nie"/>	Minimálny počet otázok ? <input type="text" value="0"/>
	Počet stránok (kariet) na zobrazenie ? <input type="text" value="0"/>

Obr. 2.2: Známkovanie a prechod stránok

*Odkaz na súbor* alebo *web* vo vyskakovanom okne je výhodné využiť, ak existuje iné spracovanie témy našej prednášky a študentom chceme priblížiť aj iné formy prístupu k danej téme.

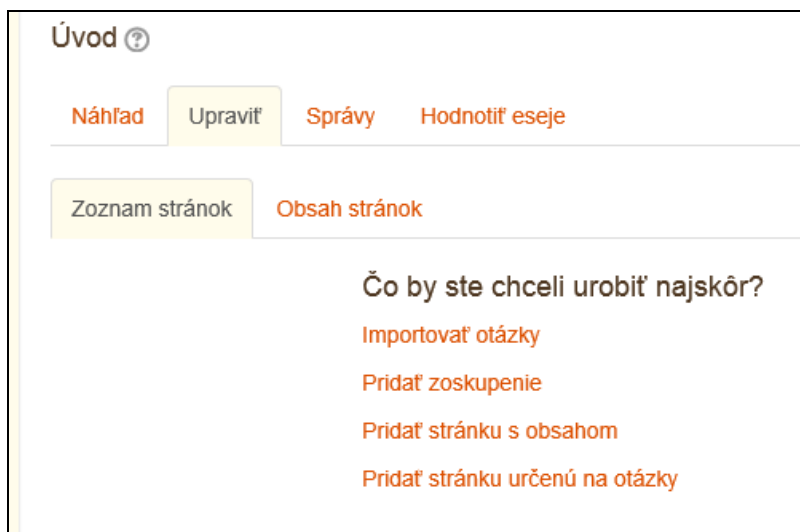
Po nastavení parametrov a ich uložení môžeme prísť k tvorbe obsahu prednášky. Vo všeobecnosti platí niekoľko zásad:

- každá stránka e-lekcie musí byť obsahovo ucelená a prechod medzi stránkami musí byť logický;
- je vhodné, aby obsah stránky nebol predimenzovaný zbytočným textom;
- po prvom vzhladnutí stránky musí študent nadobudnúť dojem zrozumiteľnosti;

- mnohonásobné vetvenie narúša prehľadnosť a lineárnosť nadväzujúcich znalostí.

## Vloženie obsahu na stránku

Prvým krokom je vloženie textu na úvodnú stranu prednášky, ktorú pomenujeme *Úvod*. Predtým musíme urobiť dva nevyhnutné kroky. Prejsť na domovskú stránku kurzu a potom kliknúť na názov našej prednášky. Zobrazí sa ponuka administrácie obsahu prednášky, ktorú prezentuje obrázok 2.3.



Obr. 2.3: Administrácia prednášky

Veľkosť dvoch konečných množín

Každý z nás sa určite riešil úlohu, v ktorej bolo treba porovnať veľkosť nejakých skupín prvkov.

Otázky typu: *Kto z triedy má najviac nasporených peňazí?* sú celkom prirodzené. Porovnať veľkosť dvoch *konečných* množín znamená spočítať počty ich prvkov.

*Úloha:* Zistíte, ktorých krúžkov je viac – modrých alebo červených?

Úlohu vyriešime tak, že budeme spájať jeden modrý krúžok s jedným červeným krúžkom. Dostaneme sa do situácie, keď už nemôžeme spájať a pritom máme ešte voľné dva modré krúžky. Vtedy *slávnostne* vyhlásime, že modrých krúžkov je viac ako červených krúžkov.

Mohutnosť množín      Prirodzené nekonečno
















Obr. 2.4: Úvodná stránka e-lekcie



Po aktivácii príkazu *Pridať tabuľku s rozvetvením* pristúpime k vloženiu úvodného textu prednášky, ktorú sme pomenovali *Veľkosť dvoch konečných množín*. V okne pre **Obsah stránky** vložíme/vpíšeme vhodný text.

Po vložení resp. napísaní textu je potrebné zadať v okne pre **Opis** názov príslušných vetiev, pomocou ktorých budeme členiť prednášku na samostatné časti.

Postup pri vytváraní nových stránok je analogický ako pri vytváraní úvodnej stránky. Na domovskej stránke kurzu klikneme na názov prednášky. Zobrazí sa nám náhľad prednášky. V ponuke administrácie prednášky aktivujeme *Upraviť*. Zobrazí sa nám zoznam stránok.

Názov stránky	Typ stránky	Skok	Akcie
<b>Veľkosť dvoch konečných množín</b>	Obsah	Mohutnosť množiny Prirodzené nekonečno	    Pridať novú stránku... 
<b>Prirodzené nekonečno</b>	Obsah	Nekonečná množina Spočítateľné množiny Nespočítateľné množiny Veľkosť dvoch konečných množín	    Pridať novú stránku... 
<b>Mohutnosť množiny</b>	Obsah	Veľkosť dvoch konečných množín	    Pridať novú stránku... 

Obr. 2.5: Zoznam stránok

V stĺpci *Akcie* vyberieme *Pridať tabuľku s rozvetvením*, ktorú pomenujeme *Mohutnosť množiny*. V okne pre **Obsah stránky** vložíme/vpíšeme vhodný text. Výsledok vidíme na obrázku 2.6.

Pri vytváraní e-lekcie je možné pridávať stránky typu *Otázka*, ktoré vhodne dopĺňajú text e-lekcie kontrolnými otázkami. Tieto otázky sú študenti povinní správne zodpovedať predtým, než prejdú na ďalšiu stránku/vetvu v danej prednáške a súčasne sa zhodnotí ich odpoveď.

## Stránka typu *Otázka*

Pridajme novú stránku *Otázka*. V ponuke bude šesť druhov otázok. Ak zvolíme formu otázky *Áno/Nie*, objaví sa formulár, v ktorom musíme zadať názov stránky, obsah stránky, možné odpovede na otázku, učiteľove reakcie na odpovede a prechody/skoky na odpovedajúce stránky.

Mohutnosť množiny

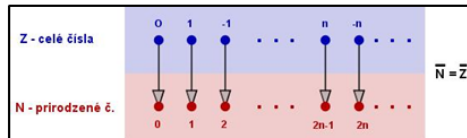
Oveľa väčší problém vznikne, ak by sme sa pokúsili nájsť odpoveď na otázku:

*Je celých čísel je viac ako prirodzených?*

V tejto otázke mimovoľne myslíme, že vezmeme všetky celé i všetky prirodzené čísla. Dedekindova definícia nekonečnej množiny: Množiny  $\mathbb{N}$  a  $\mathbb{Z}$  sú nekonečné. Otázku miere preformulujeme:

*Ktorá z nekonečných množín má viac prvkov, množina  $\mathbb{N}$  alebo množina  $\mathbb{Z}$ ?*

Ak použijeme metódu „spájania“, tak toto spájanie môžeme matematicky vyjadriť funkciou  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ , ktorá zobrazuje nezápomné celé číslo  $n$  na prirodzené číslo  $(2n - 1)$  a zápomné celé číslo  $-n$  na prirodzené číslo  $2n$ .



Zobrazenie  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$  je bijektívne, preto  $\text{card } \mathbb{N} = \text{card } \mathbb{Z} = \aleph_0$ .

Tento záver by nás naviedol na odpoveď: *Množiny  $\mathbb{N}, \mathbb{Z}$  majú „rovnaký počet“ prvkov.* Na druhej strane intuitívny prístup k vlastnosti *byť vlastnou podmnožinou* nás navádza na odpoveď: *Množina  $\mathbb{Z}$  má „viac“ prvkov ako množina  $\mathbb{N}$ .*

Obr. 2.6: Nová stránka e-lekcie

Do obsahu stránky s otázkou vpišme vhodný text. Stránka typu *Otázka* obsahuje vhodný motivačný text, ktorý by mal pomôcť študentovi pri hľadaní správnej odpovede na otázku. Napríklad pri dokazovaní tvrdenia z teoretickej aritmetiky sme použili nasledujúci text:

**Dokážte, že platí tvrdenie:**  $\forall k \in \mathbb{N} : (m + k = n + k) \Rightarrow m = n$

Uvažujme o množine  $M = \{k \in \mathbb{N} : (m + k = n + k) \Rightarrow m = n\}$

- zrejme  $0 \in M$
- nech  $k \in M$ , potom platí:  $[(m + k = n + k) \Rightarrow m = n \dots \text{výrok A}]$ 
  - podľa axiómy o sčítaní platí  $m + k' = (m + k)'$
  - podľa predpokladu stačí uvažovať  $m + k = n + k \dots$  (pravdivosť výroku A)
  - odkiaľ dostaneme  $m + k' = (n + k)' = n + k'$
  - čo znamená, že  $k' \in M$
- podľa axiómy indukcie:  $M = \mathbb{N}$ !

Platí pre prirodzené čísla rovnosť  $n + 0 = n$  ?

Áno

Nie

Obr. 2.7: Stránka s otázkou

Na konci prednášky je niekoľko oznamov: *Blahoželáme - dosiahli ste koniec prednášky, Zobrazenie známok (len pre študentov).*

## 2.3 Aritmetika

E-kurz Aritmetika je primárne určený pre študentov Učiteľstva pre primárne vzdelávanie na Pedagogickej fakulte Trnavskej univerzity a plne pokrýva obsah rovnomenného predmetu. Je určený pre kombináciu klasickej formy vyučovania a štúdia pomocou e-learningového kurzu.

E-kurz sa nezameriava na podrobné vysvetlenie teórie vrátane podrobných dôkazov, nakoľko táto problematika už bola podrobne spracovaná v mnohých vysokoškolských učebniciach či skriptách. Skôr sa snaží využiť výhody, ktoré majú moderné technológie v porovnaní s tlačenu učebnicou. Z uvedeného dôvodu e-kurz obsahuje vysvetlenie základných pojmov z teórie, ktoré je ilustrované na množstve príkladov a úloh na riešenie (samozrejme aj s podrobnými postupmi riešenia). Okrem toho obsahuje ešte interaktívne prvky a elektronické testy, ktoré ho výrazne odlišujú od klasických učebníc. E-kurz je vhodný najmä pre študentov externej formy štúdia, ktorí majú menšie množstvo kontaktných hodín, najmä cvičení.

E-kurz je rozdelený na päť lekcí:

1. *Binárne operácie.* Cieľom lekcie je podrobne sa oboznámiť s pojmom binárnej relácie na množine  $M$ ; vedieť rozhodnúť, či je takáto operácia komutatívna a asociatívna a chápať význam týchto pojmov; vedieť rozhodnúť, či je daná operácia distributívna vzhľadom na inú operáciu a chápať význam tohto pojmu; vedieť určiť neutrálne, agresívne a inverzné prvky binárnej operácie a správne pochopiť tieto pojmy.
2. *Algebraické štruktúry s jednou a dvoma operáciami.* Cieľom lekcie je zvládnuť pojmy súvisiace s algebraickými štruktúrami s jednou a dvoma operáciami, a to grupoid, pologrupa, monoid, grupa, polookruh, okruh, obor integrity, teleso a pole. Tieto pojmy treba zvládnuť najmä v súvislosti s množinami prirodzených, celých, racionálnych a reálnych čísel a ich podmnožinami a v súvislosti s operáciami sčítania, odčítania, násobenia a delenia.

3. *Zavedenie prirodzených čísel.* Cieľom lekcie je spoznať spôsob, ako v matematike možno vybudovať množinu prirodzených čísel, definovať na tejto množine binárne operácie sčítania a násobenia a binárnu reláciu usporiadania.
4. *Prirodzené čísla v pozičných číselných sústavách.* Cieľom lekcie je podrobne zdôvodniť princípy, na ktorých sú založené algoritmy písomného sčítania, odčítania, násobenia a delenia v desiatkovej sústave; naučiť sa zapisovať prirodzené čísla aj v iných číselných sústavách a vedieť aplikovať princípy z písomného sčítania, odčítania a násobenia v desiatkovej sústave aj v iných číselných sústavách.
5. *Deliteľnosť a prvočísla.* Cieľom lekcie je zvládnuť pojem deliteľnosti a jej dôležité vlastnosti; vedieť používať kritériá deliteľnosti založené na posledných cifrách čísla, cifernom súčte či iných vlastnostiach deliteľnosti; ovládať pojmy najväčšieho spoločného deliteľa a najmenšieho spoločného násobku a vedieť ich určovať pre dané dve čísla; ovládať Euklidov algoritmus a vedieť ho použiť; ovládať pojem prvočísla a zloženého čísla a základné tvrdenia o prvočíslach; vedieť nájsť a používať kanonický rozklad.

**Euklidov algoritmus na hľadanie najväčšieho spoločného deliteľa**

Pomocou Euklidovho algoritmu nájdite najväčší spoločný deliteľ zadaných čísel.

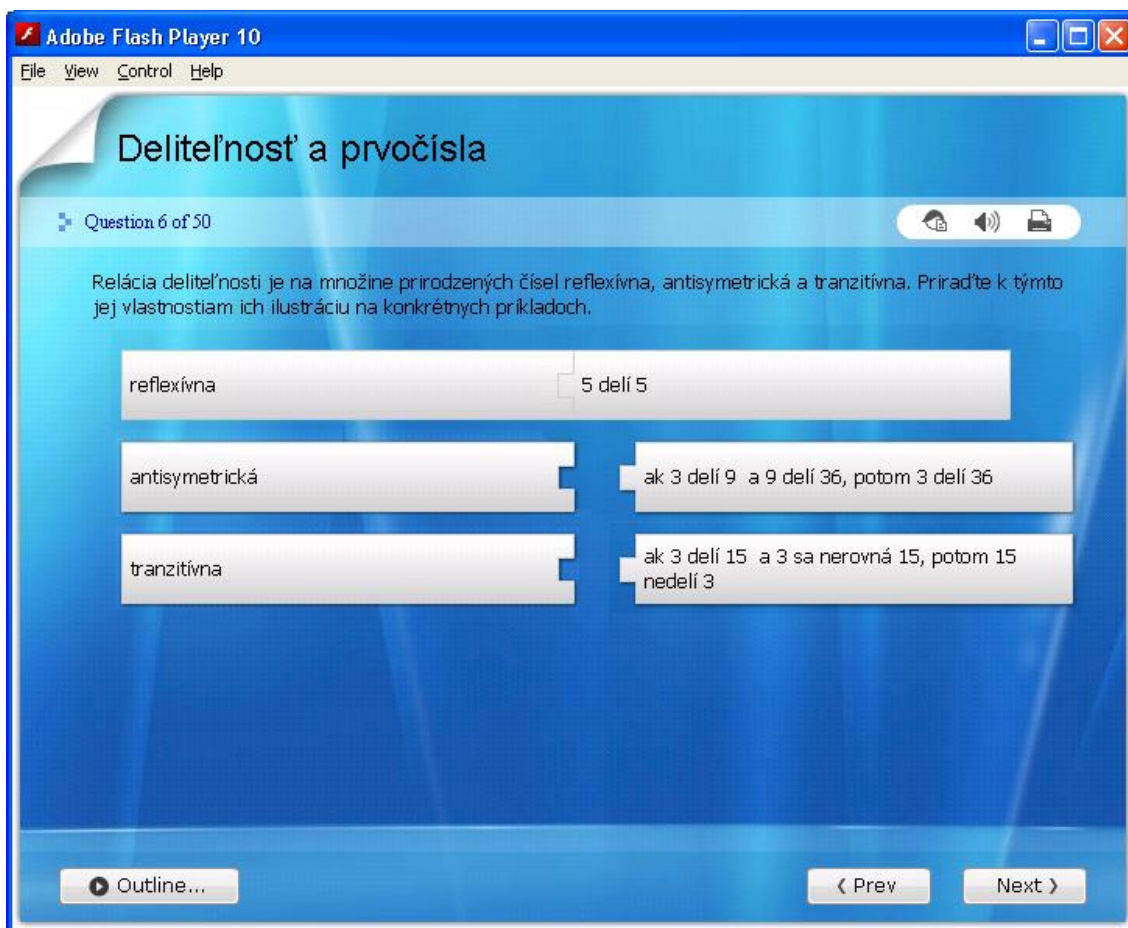
Výborne!  
Najväčším spoločným deliteľom čísel 6530 a 1652 je číslo 2.

6530	:	1652	=	3	zvyšok	1574
1652	:	1574	=	1	zvyšok	78
1574	:	78	=	20	zvyšok	14
78	:	14	=	5	zvyšok	8
14	:	8	=	1	zvyšok	6
8	:	6	=	1	zvyšok	2
6	:	2	=	3	zvyšok	0

Autori: Pavel Hie a Milan Pokorný, Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita

Obr. 2.8: Ukážka interaktívneho prvku z e-kurzu Aritmetika

Ako vidno z obsahu e-kurzu, niektoré jeho časti sú viac vhodné na používanie interaktívnych prvkov, iné menej. E-kurz obsahuje jedenásť interaktívnych prvkov, ktoré pomáhajú študentom zvládnuť problematické časti predmetu Aritmetika. Prvý z nich učí študentov, ako určiť výsledok binárnej operácie, druhý vypočítať najväčší spoločný deliteľ dvoch prirodzených čísel pomocou Euklidovho algoritmu (ukážku tohto prvku vidíme na obrázku 2.8), tretí im umožňuje vytvoriť si krok po kroku Eratostenovo sito do 200, štvrtý nájsť kanonický rozklad daného prirodzeného čísla, piaty previesť číslo z desiatkovej sústavy do pozičnej sústavy so základom 2-9. Zvyšných šesť interaktívnych prvkov učí študentov algoritmy písomného sčítania, odčítania a násobenia v pozičných číselných sústavách so základmi 2-10. Pri obmedzení sa na desiatkovú sústavu možno tieto interaktívne prvky efektívne využiť aj pre žiakov základných škôl.



Obr. 2.9: Ukážka z elektronického testu z e-kurzu Aritmetika

Ďalej e-kurz obsahuje päť elektronických testov, ku každej lekcii jeden. Tieto testy poskytnú študentom okamžitú spätnú väzbu o zvládnutí učiva obsiahnutého

v lekcii. Testy sú pomerne rozsiahle a spolu obsahujú 185 otázok. Ukážka z testu je na obrázku 2.9.

E-kurz je spracovaný dvoma rôznymi spôsobmi. Off-line verzia e-kurzu je voľne prístupná v elektronickej knižnici Pedagogickej fakulty Trnavskej univerzity na adrese <http://pdf.truni.sk/> (interaktívne prvky a elektronické testy aj na adrese <http://pdf.truni.sk/pokorny/aritmetika/>). On-line forma je pre študentov prístupná v LMS Trnavskej univerzity na adrese <http://elearning.truni.sk/> po prihlásení sa (login pre verejnosť je kega a heslo kega4321).

Vďaka integrácii interaktívnych prvkov a elektronických testov študenti pochopia, že sa od nich neočakáva iba pasívne čítanie obsahu, až kým sa obsah nenaučia naspamäť, ale že musia pochopiť teoretické východiská a následne ich aplikovať pri riešení úloh. Takto ich e-kurz núti aktívne pristupovať k učeniu sa.

## 2.4 Celé, racionálne, reálne čísla

E-kurz Celé, racionálne, reálne čísla má veľa spoločných črt s e-kurzom Aritmetika. Taktiež je primárne určený pre študentov Učiteľstva pre primárne vzdelávanie na Pedagogickej fakulte Trnavskej univerzity a plne pokrýva obsah rovnomenného povinne voliteľného predmetu. Je určený pre kombináciu klasickej formy vyučovania a štúdia pomocou e-learningového kurzu.

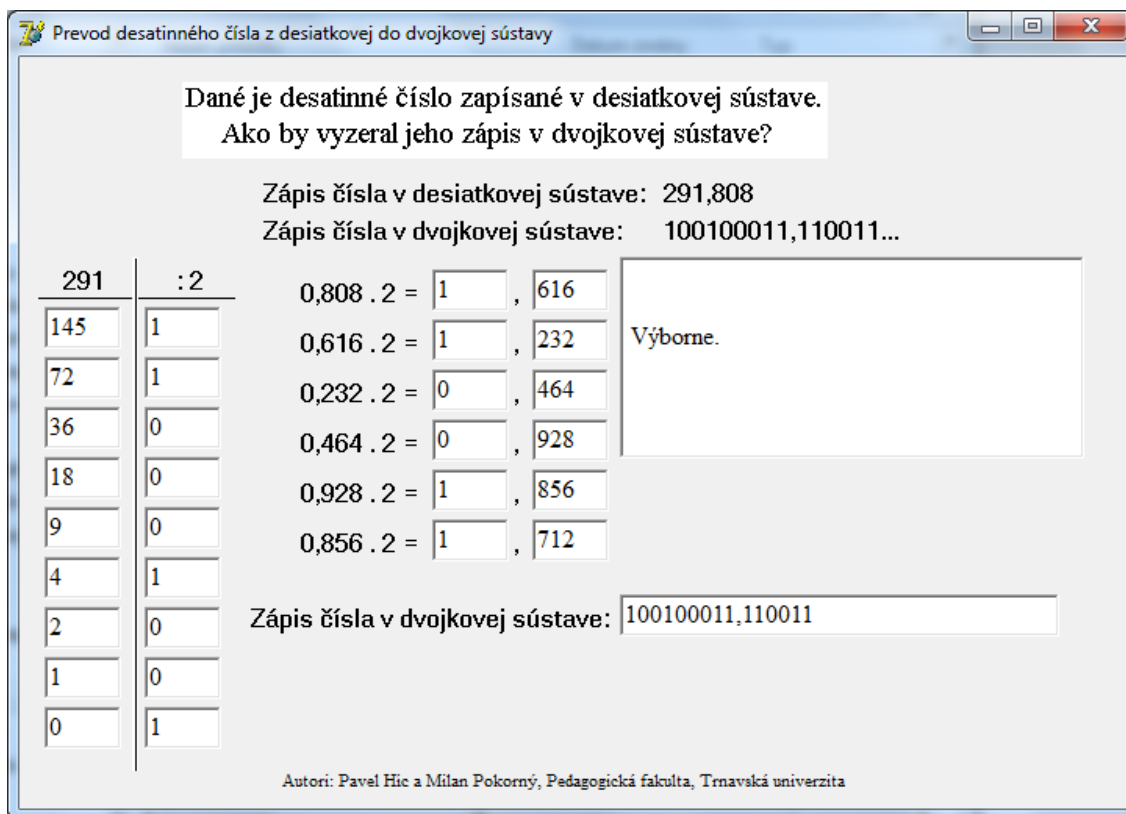
Podobne ako e-kurz Aritmetika, ani e-kurz Celé, racionálne, reálne čísla sa nezameriava na podrobné vysvetlenie teórie vrátane podrobných dôkazov, nakoľko táto problematika už bola podrobne spracovaná v mnohých vysokoškolských učebniciach či skriptách, ale snaží sa využiť výhody, ktoré majú moderné technológie v porovnaní s tlačenu učebnicou. Preto obsahuje vysvetlenie základných pojmov z teórie, ktoré je ilustrované na množstve príkladov a úloh na riešenie (samozrejme aj s podrobnými postupmi riešenia). Okrem toho obsahuje ešte interaktívne prvky a elektronické testy, ktoré ho výrazne odlišujú od klasických učebníc. E-kurz je vhodný najmä pre študentov externej formy štúdia, ktorí majú menšie množstvo kontaktných hodín, najmä cvičení.

E-kurz je rozdelený na päť lekcí:

1. *Celé čísla a diofantovské rovnice.* Cieľom lekcie je oboznámiť študentov so spôsobom, ako možno vybudovať množinu celých čísel pomocou množiny prirodzených čísel a ako možno na takto zavedenej množine celých čísel

definovať operácie sčítania a násobenia a reláciu usporiadania; oboznámiť študentov s pojmom diofantovská rovnica, so špecifikami jej riešenia a naučiť ich postup riešenia lineárnych diofantovských rovníc s dvoma neznámymi.

2. *Racionálne čísla.* Cieľom lekcie je oboznámiť študentov so spôsobom, ako možno vybudovať množinu racionálnych čísel pomocou množiny celých čísel a ako možno na takto zavedenej množine racionálnych čísel definovať operácie sčítania, odčítania, násobenia a delenia a reláciu usporiadania.
3. *Reálne čísla, absolútna hodnota reálneho čísla.* Cieľom lekcie je spoznať dôvody, prečo nám racionálne čísla nestačia a oboznámiť študentov so spôsobom, ako možno vybudovať množinu reálnych čísel rôznymi metódami; oboznámiť študentov s pojmom absolútnej hodnoty a naučiť ich riešiť lineárne rovnice a nerovnice s absolútnou hodnotou.
4. *Desatinné zlomky a desatinné čísla.* Cieľom lekcie je vysvetliť pojem desatinného zlomku, jeho súvislosť s desatinnými číslami, pojem hornej a dolnej aproximácie reálneho čísla a pravidlá pre zaokrúhľovanie reálnych čísel; ukázať, ako by „desatinné“ zlomky vyzerali, keby sme namiesto desiatkovej číselnej sústavy používali pozičnú číselnú sústavu s iným celočíselným základom.
5. *Desatinné rozvoje reálnych čísel.* Cieľom lekcie je vysvetliť, aký je desatinný rozvoj racionálnych a iracionálnych čísel, kedy je ukončený, kedy periodický a kedy neperiodický; ukázať, ako by „desatinné“ rozvoje vyzerali, keby sme namiesto desiatkovej číselnej sústavy používali pozičnú číselnú sústavu s iným celočíselným základom.



Obr. 2.10: Ukážka interaktívneho prvku z e-kurzu Celé, racionálne, reálne čísla

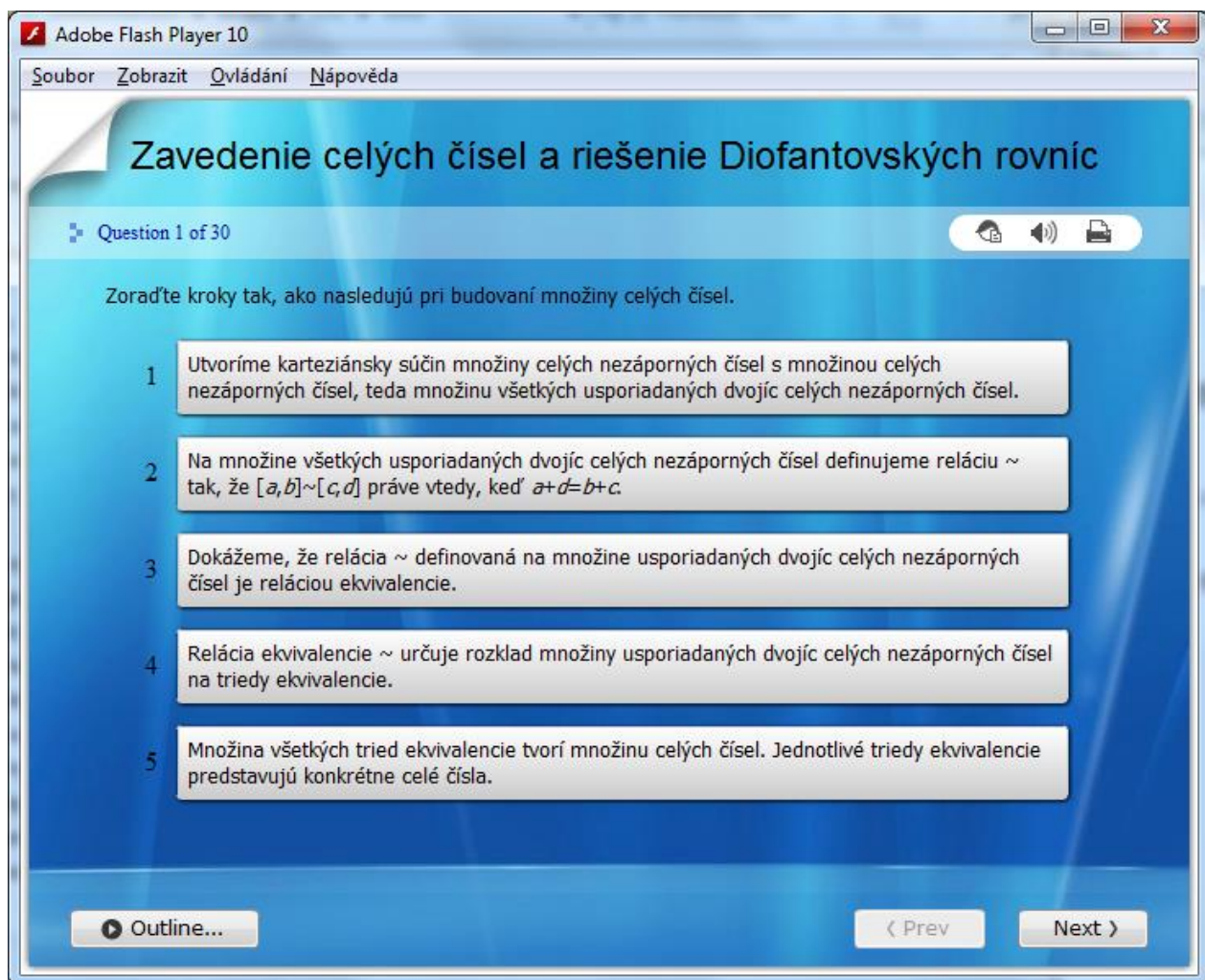
E-kurz navyše obsahuje trinásť interaktívnych prvkov, ktoré pomáhajú študentom zvládnuť problematické časti predmetu Celé, racionálne, reálne čísla. Tieto naučia študentov Euklidov algoritmus a jeho „spätný chod“ (využijú pri riešení lineárnych diofantovských rovníc s dvoma neznámymi), zapísať zlomok desatinným číslom, vyjadriť daný zlomok v tvare súčtu desatinných zlomkov, previesť desatinné číslo z desiatkovej do dvojkovej (ukážka je na obrázku 2.10), trojkovej a päťkovej pozičnej číselnej sústavy a zapísať uvedené desatinné číslo v tvare zlomku.

Aj tento e-kurz obsahuje päť elektronických testov, ku každej lekcii jeden, ktoré poskytnú študentom okamžitú spätnú väzbu o zvládnutí učiva obsiahnutého v lekcii. Testy sú pomerne rozsiahle a spolu obsahujú 125 otázok. Ukážku z testu vidíme na obrázku 2.11.

Podobne ako e-kurz Aritmetika, aj e-kurz Celé, racionálne, reálne čísla je spracovaný v off-line aj on-line verzii. Off-line verzia e-kurzu je voľne prístupná v elektronickej knižnici Pedagogickej fakulty Trnavskej univerzity na adrese <http://pdf.truni.sk/> (interaktívne prvky a elektronické testy aj na adrese <http://pdf.truni.sk/pokorny/crrc/>). On-line forma je pre študentov prístupná v LMS



Trnavskej univerzity na adrese <http://elearning.truni.sk/> po prihlásení sa (login pre verejnosť je kega a heslo kega4321).



Obr. 2.11: Ukážka z elektronického testu z e-kurzu Celé, racionálne, reálne čísla

## 2.5 Vybrané kapitoly z aritmetiky

E-kurz *Vybrané kapitoly z aritmetiky*, ktorý je dostupný na adrese <https://lms2.umb.sk/course/view.php?id=220>, je určený pre študentov Učiteľstva matematiky na Fakulte prírodných vied Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, ako aj pre žiakov vyššieho sekundárneho vzdelávania. Je vytvorený s cieľom implementovať prostriedky informačných a komunikačných technológií do klasickej formy vyučovania.

Veda stále ovplyvňuje silnejšie náš život. V súčasnosti neexistuje oblasť spoločenskej praxe a ľudského života, ktorá by nebola zasiahnutá vedecko-technickým

rozvojom. Dnešná doba je charakteristická prudkým prenikaním počítačov do všetkých sfér nášho života. Zároveň si však uvedomujeme, že veda sa vo svojom dlhom procese vývoja len postupne vydeľovala zo súhrnného poznania okolitého sveta na ako ho poznáme v súčasnosti výrobný prostriedok.

Prešlo mnoho tisícročí, kým sa veda vyvinula do dnešnej podoby. Dlhodobý ale i obrovský rozmach vedy sa snáď dá opísať na ceste, ktorej na začiatku stálo prirodzené číslo a pokračuje popri míľniku cesty nazvanom „samočinný počítač“.

**Začiatok cesty** sme si stanovili do obdobia vzniku prirodzeného čísla. Ako a kedy to bolo, nie je jednoduché odpovedať. Na základe archeologických nálezov môžeme usudzovať na obdobie **30 tisíc rokov pred naším letopočtom**, do ktorého je datovaný známy doklad o číselnom zázname, tzv. vĕstonická vrubovka.

O prirodzenom čísle sa veľa popísalo, vznikali rôzne teórie o prirodzených číslach, až **nakoniec sa zrodila teória množín** (E. Zermelo 1908). Prvá písomná zmienka o prirodzených číslach a o základných matematických operáciách (sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie) je v moskovskom papyruse, ktorý pochádza z roku 1890 pred n. l. a v Rhindovom papyruse, ktorý vznikol asi 1850 rokov pred n. l.

Okolo roku 263 v Číne, Liou Hui<sup>1</sup> si svoj voľný čas krátil vymýšľaním jednoduchého zápisu pre svoje aktíva a pasíva svojej finančnej bilancie. Zavedie číslo „**fu**“, ako dlžobnú hodnotu, a má po starostiach. Trochu síce ešte potrvá, pokiaľ si ľudstvo vymudruje záporné čísla označovať pomocou znamienka – (*minus*). So zápornými číslami, tak ako ich dnes poznáme, sa stretávame roku 1489 v knihe „Regel Algebra oder Cosse“ od chebského rodáka Johanna Widmanna (Folta a Nový, 1979).

Medzi kladnými a zápornými číslami sa nachádza nula. V matematike zohrala veľkú úlohu a nemálo starostí narobila aj filozofom. Prvá zmienka o nule sa objavuje ojedinele už v Egypte v 2. až 1. storočí pred n. l. Presný matematický význam nuly bol opísaný až v 6. storočí indo-arabskou matematikou. Dôležitú úlohu pri rozvíjaní pojmu čísla malo zavedenie znakov čísel (číslíc). Nám známe a najčastejšie používané „arabské“ číslice pochádzajú z Indie a do Európy sa dostali zásluhou Arabov v 10. storočí. Staré kultúrne národy mali svoje vlastné znaky (Číňania, Egypťania, Rimania a indiánsky kmeň Mayov).

Aritmetika (z gréckeho slova ἀριθμός, arithmos „číslo“) je najstarší a najzákladnejší odbor matematiky. Význam aritmetiky je pozorovateľný v bežnom

---

<sup>1</sup> Čínsky matematik Liu Hui (220 - 280). Preslávil sa komentármi k Deviatim traktátom.

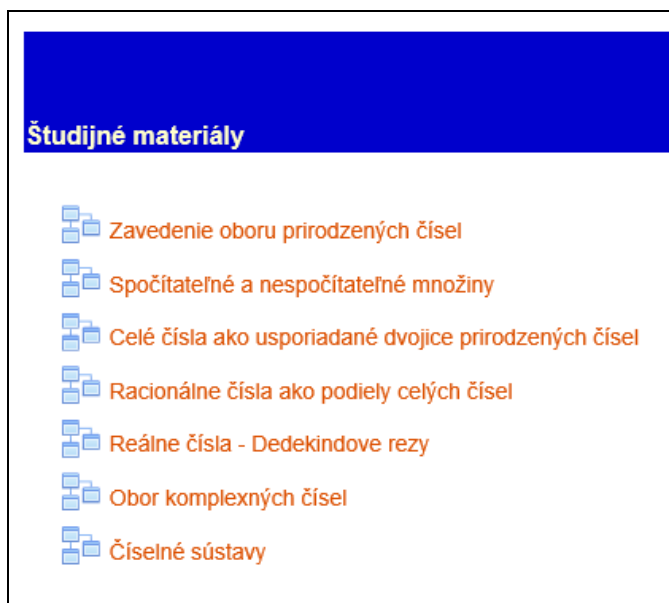
živote. Aritmetické operácie sčítania a násobenia používa takmer každý človek každý deň. Za základné aritmetické operácie považujeme sčítanie, odčítanie, násobenie a delenie. Aritmetika zahŕňa aj zložitejšie operácie, ako sú odmocniny, mocniny, logaritmy a pod.

Pojem prirodzeného čísla a algoritmy, ktoré opisujú sčítovanie a násobenie prirodzených čísel, sú preto hlavným predmetom štúdia už na prvom stupni základnej školy. Neskôr sa žiaci postupne oboznamujú s celými, racionálnymi, iracionálnymi a na strednej škole aj s komplexnými číslami. Na túto skutočnosť musí byť dobre pripravený učiteľ matematiky. Učiteľ matematiky musí poznať teoretické východiská zavedenia rôznych typov čísel ako aj matematické zdôvodnenie vlastností aritmetických operácií. Vedná disciplína, ktorá skúma vnútornú podstatu číselných štruktúr, sa nazýva teoretická aritmetika.

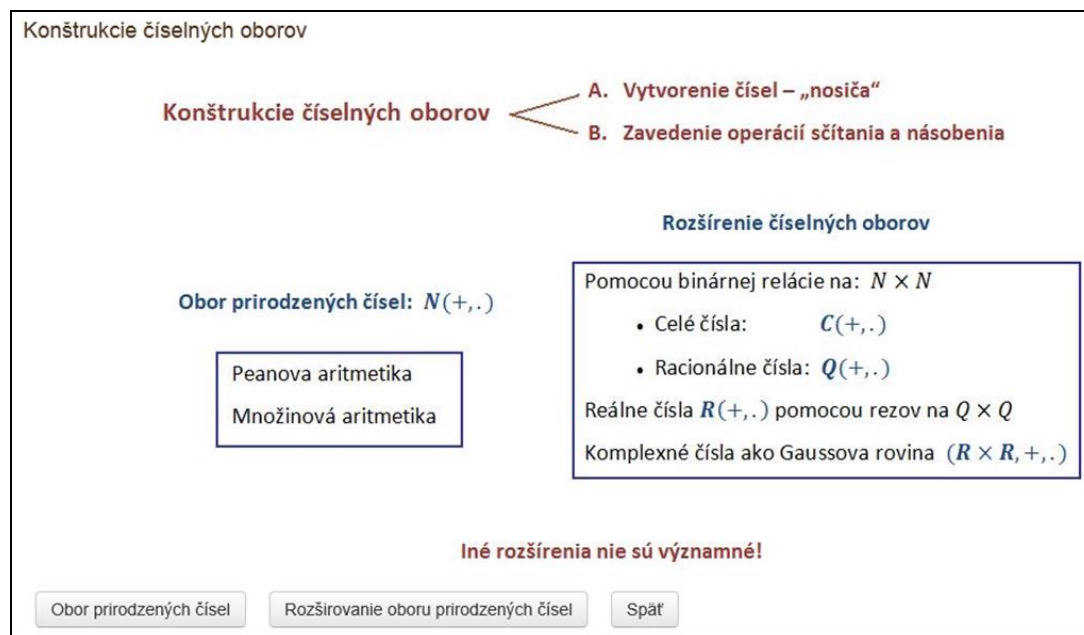
Teoretická aritmetika je vedná disciplína matematiky, ktorá sa systematicky zaoberá rôznymi spôsobmi zavádzania množiny prirodzených čísel a vlastnosťami aritmetických operácií s týmito číslami. Množinu prirodzených čísel chápe ako východisko pre postupné rozširovanie na množinu celých až komplexných čísel. Teoretická aritmetika každú číselnú množinu definuje ako číselný obor, ktorý interpretuje ako algebrickú štruktúru s dvoma binárnymi operáciami.

V predloženom e-kurze sme sa snažili priblížiť východiská pri zavádzaní a rozširovaní číselných oborov. Zdôrazníme tiež spojitosť s vyučovaním matematiky na základných a stredných školách. Neopomenieme ani historické pozadie rozvoja číselných sústav.

Každá časť začína vysvetlením základných pojmov, ktoré je doplnené ilustráciou na konkrétnom interaktívnom príklade a pokračuje riešenými a neriešenými úlohami.



Obr. 2.12: Elektronické prednášky



Obr. 2.13: Ukážka z e-kurzu Vybrané kapitoly z Aritmetiky

V našom e-kurze sme sa pokúsili nájsť kompromis medzi matematickou presnosťou a medzi zrozumiteľnosťou. Našou snahou bolo, aby čitateľ získal na malom priestore prehľad o základných číselných oboroch a číselných sústavách. Na niektorých vybraných miestach sme ponúkli aj pohľad na určité didaktické aspekty týkajúce sa vnímania danej problematiky žiakmi a študentmi základných a stredných škôl.



Obr. 2.14a: Zadania a úlohy z e-kurzu Vybrané kapitoly z Aritmetiky

Peanova aritmetika

1. Spočítajte a zdôvodnite:

$$0 + 2 = \quad 0 \cdot 2 =$$

$$5 + 1 = \quad 5 \cdot 1 =$$

$$4 + 3 = \quad 4 \cdot 3 =$$

2. Pomocou matematickej indukcie dokážte, že pre ľubovoľné prirodzené čísla  $x, y \in \mathbb{N}$  platí:

$$x = 0 + x = x + 0$$

$$x + y = y + x$$

$$x \cdot y = y \cdot x$$

3. Dokážte, že pre všetky prirodzené čísla  $n \geq 1$  platí:

$$1 + 3 + \dots + (2n - 1) = n^2$$

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{1}{4}n^2(n + 1)^2$$

Odozdajte vo formáte WORD.

Sumár hodnotenia

Účastníci
Odozdané
Je potrebné ohodnotiť

[Zobrazíť/hodnotiť všetky odozdané zadania](#)

Obr. 2.14b: Zadania a úlohy z e-kurzu Vybrané kapitoly z Aritmetiky

E-kurz sa nezameriava na podrobné vysvetlenie teórie s množstvom dôkazov, nakoľko takýto prístup sa využíva v rôznych klasických (papierových) či digitálnych

učebniciach. Náš e-kurz obsahuje stručné vysvetlenie základných pojmov z oblasti aritmetiky a kladie dôraz na ich následné využitie pri riešení úloh.

Základnou časťou e-kurzu sú Elektronické prednášky, ktoré zahŕňajú sedem základných častí aritmetiky. (obr. 2.12)

Samostatnou časťou e-kurzu sú zadania. Niektoré sú už vyriešené a ich cieľom je ukázať študentom detailný opis postupu ich riešenia. Študenti úlohy vypracujú a odovzdajú učiteľovi, ktorý ich skontroluje a poskytne žiakom spätnú väzbu.

Jedným z najčastejšie používaných pojmov, s ktorým sa pri štúdiu matematiky stretávame, je pojem čísla. Postupne sa oboznamujeme s prirodzenými, celými, racionálnymi a reálnymi číslami ako množinami čísel s určitou charakteristickou vlastnosťou. Na strednej škole sme sa mohli stretnúť aj s učivom o komplexných číslach. Poznáme základné vlastnosti sčítania, násobenia, odčítania, delenia, umocňovania, odmocňovania a usporiadania. Základné aritmetické operácie sú úzko prepojené s konkrétnou číselnou množinou. Číselný obor je množina čísel (číselná množina), na ktorej sú zavedené základné aritmetické operácie, sčítanie a násobenie.

Číselné obory zavádzame postupne. Začíname oborom prirodzených čísel, ktorý rozšírime na obor celých. Obor celých čísel rozšírime na obor racionálnych a obor racionálnych na obor reálnych čísel. Nakoniec zavedieme komplexné čísla ako množinu všetkých usporiadaných dvojíc reálnych čísel.

E-kurz *Vybrané kapitoly z aritmetiky* je pre študentov dostupný po prihlásení v prostredí LMS Moodle Univerzity Mateja Bela na adrese <https://lms2.umb.sk/course/view.php?id=220>. Do e-kurzu sa môže prihlásiť každý užívateľ jednoduchou registráciou a využívať jeho plnú verziu, t.j. okrem iného aj odovzdávanie vypracovaných zadaní učiteľom.

## 2.6 Diskrétna matematika

E-kurz Diskrétna matematika je primárne určený pre študentov Učiteľstva akademických predmetov v špecializácii Informatika a pre študentov Učiteľstva akademických predmetov v špecializácii Matematika na PdF TU a plne pokrýva obsah rovnomenného predmetu, ktorý je pre študentov informatiky povinným predmetom a pre študentov matematiky povinne voliteľným predmetom. Je určený pre kombináciu klasickej formy vyučovania a štúdia pomocou e-learningového kurzu.

Podobne ako vyššie opísané e-kurzy, aj e-kurz Diskrétna matematika sa nezameriava na podrobné vysvetlenie teórie vrátane podrobných dôkazov, nakoľko táto problematika už bola podrobne spracovaná v mnohých vysokoškolských učebniciach či skriptách. Skôr sa snaží využiť výhody, ktoré majú moderné technológie v porovnaní s tlačenu učebnicou. Z uvedeného dôvodu e-kurz obsahuje vysvetlenie základných pojmov z teórie, ktoré je ilustrované na množstve príkladov a úloh na riešenie (samozrejme aj s podrobnými postupmi riešenia). Okrem toho obsahuje elektronické testy, ktoré ho výrazne odlišujú od klasických učebníc.

E-kurz je rozdelený na päť lekcí:

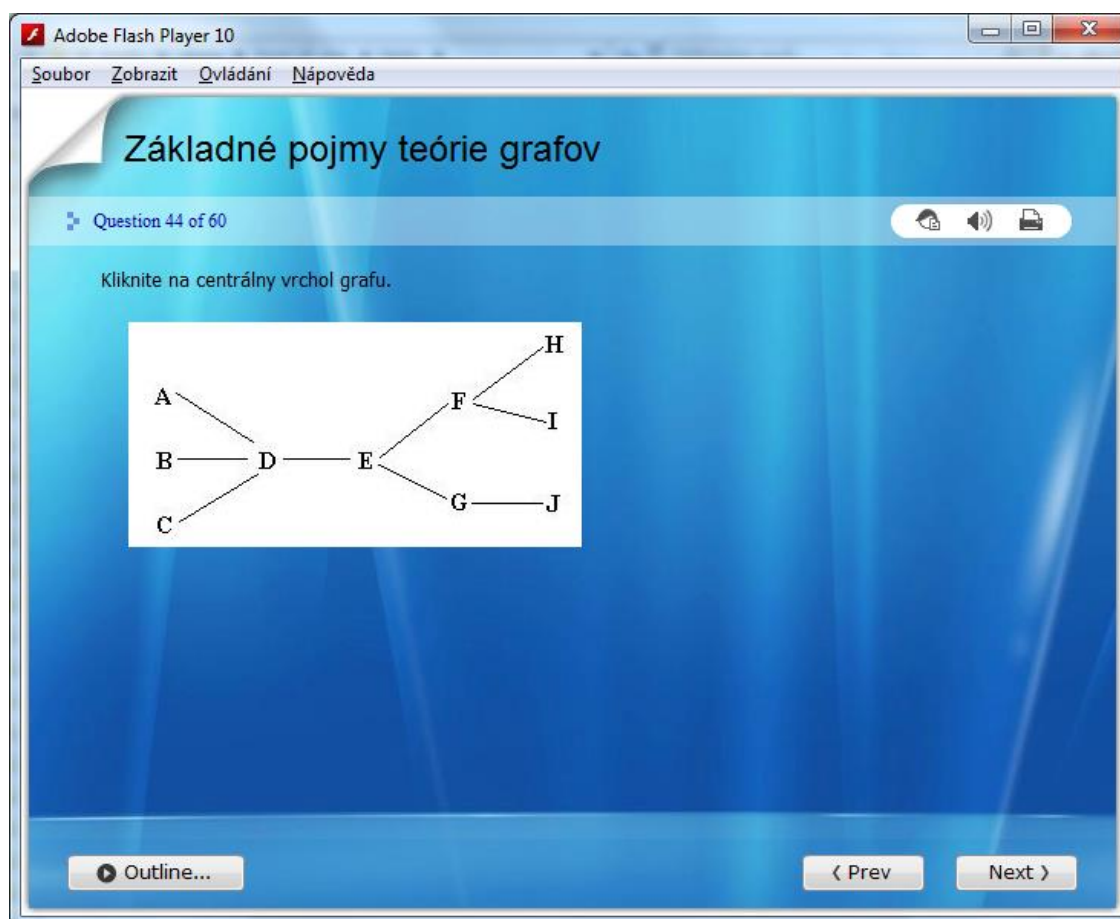
1. *Číselné obory, množiny, dôkazy.* Cieľom lekcie je oboznámiť študentov s číselnými množinami, poznať a správne používať matematické symboly suma a súčin, poznať základné pojmy súvisiace s množinami a základné množinové operácie, prehliť si poznatky o intervaloch, spoznať matematické postupy používané pri dokazovaní matematických viet so špeciálnym dôrazom na dôkaz matematickou indukciou.
2. *Binárne relácie.* Cieľom lekcie je oboznámiť študentov s binárnymi reláciami v množine, možnosťami ich určenia, ich vlastnosťami a so špeciálnymi typmi binárnych relácií, ako sú relácia ekvivalencie a relácia usporiadania; oboznámiť študentov so zobrazeniami, ktoré sú špeciálnym typom binárnej relácie z jednej množiny do druhej množiny.
3. *Základné pojmy z teórie grafov.* Cieľom lekcie je oboznámiť študentov so základnými pojmami teórie grafov; vysvetliť pojem graf, ako ho definujeme a ako ho zakreslíme, aké sú jeho základné prvky a akým spôsobom ho možno určiť; vysvetliť pojmy podgraf, komponent grafu, cesta medzi vrcholmi v grafe a pojmy súvisiace so vzdialenosťou vrcholov v grafoch; spoznať rôzne typy grafov a rozšíriť pojem graf.
4. *Stromy.* Cieľom lekcie je hlbšie oboznámiť študentov s pojmom strom, jeho vlastnosťami a s využitím stromov pri riešení problémov; ukázať, ako možno stromu jednoznačne priradiť kód, ktorý ho jednoznačne určuje; venovať sa kostrám grafov a ich praktickému využitiu; venovať sa binárnym stromom a ich využitiu pri spracovaní výrazov a pri triedení.
5. *Prehľadávanie grafov.* Cieľom lekcie je hlbšie oboznámiť študentov s Tarryho algoritmom na prehľadávanie grafov, Tremauxovým algoritmom na hľadanie



cesty medzi dvoma vrcholmi v grafe, algoritmom Edmondsa a Johnsona na hľadanie uzavretého eulerovského ťahu grafu, hamiltonovskými grafmi a ich praktickým využitím.

Ďalej e-kurz obsahuje päť elektronických testov, ku každej lekcii jeden. Tieto testy poskytnú študentom okamžitú spätnú väzbu o zvládnutí učiva obsiahnutého v lekcii. Testy sú pomerne rozsiahle a spolu obsahujú 330 otázok. Ukážku z testu vidíme na obrázku 2.15.

E-kurz je spracovaný dvoma rôznymi spôsobmi. Off-line verzia e-kurzu je voľne prístupná v elektronickej knižnici Pedagogickej fakulty Trnavskej univerzity na adrese <http://pdf.truni.sk/>. On-line forma je pre študentov prístupná v LMS Trnavskej univerzity na adrese <http://elearning.truni.sk/> po prihlásení sa (login pre verejnosť je kega a heslo kega4321).



Obr. 2.15: Ukážka z elektronického testu z e-kurzu Diskrétna matematika



## 2.7 Finančná matematika

E-kurz Finančná matematika je primárne určený pre študentov Sociálnej pedagogiky a vychovávateľstva a pre študentov Učiteľstva akademických predmetov v špecializácii matematika na Pedagogickej fakulte Trnavskej univerzity. Pokrýva prvú časť obsahu povinne voliteľného predmetu Finančná a poisťná matematika. Je určený pre kombináciu klasickej formy vyučovania a štúdia pomocou e-learningového kurzu. Myslíme si však, že e-kurz je použiteľný aj ako doplnkový študijný materiál pri riešení úloh z finančnej matematiky na gymnáziách. Študenti sa tu oboznámia s problematikou jednoduchého a zloženého úrokovania, sporenia, dôchodkov, úverov, hypoték, leasingu, inflácie a obligácií.

**Jankini rodičia jej na 12. narodeniny otvorili účet úročený 2% ročne a vložili naň 1000 Eur. Takú istú sumu ešte vložili na jej 13., 14., 15., 16., 17. a 18. narodeniny. Akú sumu má Janka na účte na svoje 18. narodeniny? Uvažujte 19% daň z úrokov. Výsledky zaokrúhlite na dve desatinné miesta.**

suma na účte po vklade na 12. narodeniny	1000
suma na účte po vklade na 13. narodeniny	2016,20
suma na účte po vklade na 14. narodeniny	3048,86
suma na účte po vklade na 15. narodeniny	4098,25
suma na účte po vklade na 16. narodeniny	5164,64
suma na účte po vklade na 17. narodeniny	6248,31
suma na účte po vklade na 18. narodeniny	7349,53

**Výborne. Riešenie je správne.**

Tento program vznikol vďaka podpore grantu KEGA 008UMB-4/2013.  
Autor: PaedDr. Milan Pokorný, PhD., Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita

Obr. 2.16: Ukážka interaktívneho prvku z e-kurzu Finančná matematika

E-kurz Finančná matematika sa snaží využiť možnosti, ktoré nám do vzdelávacieho procesu prináša použitie moderných informačných a komunikačných technológií, čomu je prispôsobené spracovanie e-kurzu aj jeho obsah. Preto e-kurz obsahuje nevyhnutné minimum teórie, ktoré je okamžite ilustrované na riešení konkrétnych úloh. Podrobnejšie vysvetlenie teórie je totiž opísané v mnohých publikáciách.

E-kurz je rozdelený na šesť lekcí: Jednoduché úrokovanie; Zložené úrokovanie; Sporenie, dôchodky; Umorovanie dlhov; Inflácia; Obligácie.

Hypotekárny úver - umorovacia tabuľka

Klient si v banke zobral hypotekárny úver na sumu 100000 Eur s úrokovou mierou 0,4% mesačne s fixáciou na jeden rok. V prvom roku bude splácať vždy koncom mesiaca sumu 649 Eur. Doplňte umorovaciu tabuľku. Sumy zaokrúhľujte na dve desatinné miesta.

	výška splátky	úrok	úmor	stav dlhu
stav po 1. mesiaci	649	400	249	99751
stav po 2. mesiaci	649	399	250	99501
stav po 3. mesiaci	649	398	251	99250
stav po 4. mesiaci	649	397	252	98998
stav po 5. mesiaci	649	395,99	253,01	98744,99
stav po 6. mesiaci	649	394,98	254,02	98490,97
stav po 7. mesiaci				
stav po 8. mesiaci				
stav po 9. mesiaci				
stav po 10. mesiaci				
stav po 11. mesiaci				
stav po 12. mesiaci				

Skontroluj

Tento program vznikol vďaka podpore grantu KEGA 008UMB-4/2013.  
 Autor: PaedDr. Milan Pokorný, PhD., Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita

Obr. 2.17: Ukážka interaktívneho prvku z e-kurzu Finančná matematika

Po absolvovaní e-kurzu z finančnej matematiky:

1. Študent vie riešiť úlohy na jednoduché úrokovanie (vypočítať výšku úroku, základ, ročnú úrokovú mieru) vrátane úloh na zdanenie úrokov.

- Študent vie riešiť úlohy na zložené úrokovanie (vypočítať výšku úroku, základ, ročnú úrokovú mieru, počet úrokovacích období) vrátane úloh na zdanenie úrokov.
- Študent vie riešiť úlohy na pravidelne sa opakujúce platby (vypočítať nasporenú sumu na konci, určiť potrebnú výšku pravidelnej platby, určiť úrokovú mieru, určiť počet úrokovacích období) vrátane úloh na zdanenie úrokov.
- Študent vie riešiť úlohy s problematikou úverov, hypoték a leasingu (najmä zostaviť umorovací tabuľku alebo jej časť).
- Študent vie riešiť úlohy s problematikou inflácie, pozná rozdiel medzi nominálnou a reálnou úrokovou mierou.
- Študent vie riešiť jednoduché úlohy s problematikou obligácií (odhadnúť výnosnosť do splatnosti, kurz obligácie, cenu obligácie).

	A	B	C	D	E
1	Jankini rodičia jej na 12. narodeniny vložili na účet s ročnou úrokovou mierou sumu 1000 Eur. Rozhodli sa, že takúto sumu tam pridajú aj na 13., 14., 15, 16. a 17. narodeniny. Na 18. narodeniny účet zrušia, k vybraným finančným prostriedkom pridajú 1000 Eur a sumu dajú Janke v hotovosti. Akú sumu jej dajú za predpokladu, že úroková miera na účte sa nezmení, úroky sa budú každoročne pripisovať k istine a daň z úrokov zostane po celú dobu vo výške 19%?				
2					
3	úroková miera	2,0%			
4	daň z úrokov v %	19%			
5					
6	Jankin vek	vklad	úroky	daň	suma na účte
7	12	1 000,00 €	- €	- €	1 000,00 €
8	13	1 000,00 €	20,00 €	3,80 €	2 016,20 €
9	14	1 000,00 €	40,32 €	7,66 €	3 048,86 €
10	15	1 000,00 €	60,98 €	11,58 €	4 098,26 €
11	16	1 000,00 €	81,97 €	15,57 €	5 164,66 €
12	17	1 000,00 €	103,29 €	19,62 €	6 248,33 €
13	18	1 000,00 €	124,97 €	23,74 €	7 349,56 €
14					
15	Vysvetlivky:				
16	Hodnoty v zelených bunkách môžete meniť.				
17	V žltej bunke je výsledná suma vyplatená klientovi.				

Obr. 2.18: Ukážka excelovského súboru z e-kurzu Finančná matematika

E-kurz však prináša aj desať interaktívnych programov, na ktorých si možno prakticky vyskúšať riešenie úloh zameraných na jednoduché a zložené úrokovanie, sporenie, dôchodky, úvery, hypotéky, leasing, infláciu a obligácie. Práve tieto programy, ktoré sú veľmi dôležitou súčasťou e-kurzu, odlišujú tento e-kurz od klasických učebníc, či už v textovej alebo digitálnej podobe. Použitie týchto programov totiž študenta prinúti aktívne pristupovať k riešeniu úlohy, nielen si ho čítať. Navyiac,

poskytujú im spätnú väzbu po jednotlivých krokoch riešenia a pri nesprávnom riešení im poskytujú nápovedu, ako správne vyriešiť úlohu. Ukážku interaktívneho prvku na sporenie vidíme na obr. 2.16 a ukážku interaktívneho prvku na tvorbu umorovacej tabuľky pre splácanie hypotéky na obrázku 2.17.

E-kurz taktiež obsahuje šesť elektronických testov, ku každej lekcii jeden. Na týchto testoch si môžu študenti okamžite overiť mieru zvládnutia látky preberanej v jednotlivých lekciách.

Pri riešení úloh z finančnej matematiky je častokrát výhodné použiť tabuľkový procesor. Preto je súčasťou e-kurzu aj desať excelovských súborov, ktoré môžu byť študentom nápomocné pri riešení úloh z finančnej matematiky. Niekedy je to najrýchlejší spôsob, ako vypočítať úlohu, napríklad ak je daná úroková miera, výška hypotekárneho úveru a potrebujeme určiť výšku mesačnej splátky. Ukážka z excelovského súboru zameraného na riešenie úloh na sporenie je na obr. 2.18.

E-kurz je spracovaný dvoma rôznymi spôsobmi. On-line forma je pre študentov prístupná v LMS Trnavskej univerzity na adrese <http://elearning.truni.sk/> po prihlásení sa (login pre verejnosť je kega a heslo kega4321). Off-line formu je možné získať od autorov tejto publikácie.

## 2.8 Elementárna matematika 6

E-kurz Elementárna matematika 6 je primárne určený pre študentov Učiteľstva akademických predmetov v špecializácii matematika na Pedagogickej fakulte Trnavskej univerzity. Pokrýva celý obsah rovnomenného povinného predmetu. Je určený pre kombináciu klasickej formy vyučovania a štúdia pomocou e-learningového kurzu. Vzhľadom na koncepciu e-learningového kurzu môžeme konštatovať, že je vhodný a použiteľný aj ako doplnkový študijný materiál pre študentov gymnázií a stredných škôl. Študenti sa môžu oboznámiť s problematikou kombinatoriky, pravdepodobnosti a deliteľnosti v obore celých čísel.

Podobne ako e-kurz Finančná matematika, aj e-kurz Elementárna matematika 6 sa snaží využiť možnosti, ktoré do vzdelávacieho procesu prináša použitie moderných informačných a komunikačných technológií, čomu je prispôsobené spracovanie e-kurzu aj jeho obsah. Preto e-kurz obsahuje nevyhnutné minimum teórie, ktoré je okamžite

ilustrované na riešení konkrétnych úloh. Podrobnejšie vysvetlenie teórie je totiž opísané v mnohých publikáciách.

E-kurz je rozdelený na tri časti: Kombinatorika, Pravdepodobnosť, Deliteľnosť. Do prvej časti patrí prvých deväť lekcí: Hľadáme všetky možnosti; Pravidlo súčtu; Pravidlo súčinu; Kombinácie bez opakovania; Variácie bez opakovania; Variácie s opakovaním; Permutácie bez opakovania; Permutácie s opakovaním; Kombinácie s opakovaním. Do druhej časti patria nasledujúce štyri lekcie: Pravdepodobnosť javov; Pravdepodobnosť nezávislých javov a pokusov; Bernoulliho schéma; Podmienená pravdepodobnosť. Tretia časť je zhodná s piatou lekciov e-kurzu Aritmetika, ktorý je charakterizovaný v podkapitole 2.3.

**Úloha:** Mama má k dispozícii jablko, banán, hrušku, hrozno a pomaranč. Nájdite všetky možnosti, ako môže Jankovi a Marienke pripraviť desiatu, ak im chce dať každému dva kusy ovocia a ak Janko je alergický na pomaranče.

	Jankovi	Marienke		Jankovi	Marienke
1.možnosť			13.možnosť		
2.možnosť			14.možnosť		
3.možnosť			15.možnosť		
4.možnosť			16.možnosť		
5.možnosť			17.možnosť		
6.možnosť			18.možnosť		
7.možnosť			19.možnosť		
8.možnosť			20.možnosť		
9.možnosť			21.možnosť		
10.možnosť			22.možnosť		
11.možnosť			23.možnosť		
12.možnosť			24.možnosť		

Zmaž posledný rad

Skontroluj

Riešenie nie je správne.

Červenou sú vyznačené možnosti, v ktorých nie sú 4 rôzne druhy ovocia alebo Janko má pomaranč.

Modrou sú vyznačené duplicitné možnosti.

Ovládanie:  
Ovocie vložíte na misku kliknutím na obrázky s ovocím v pravom hornom rohu.  
Ovocie na miske meníte aj klikaním na neho.

Tlačidlo "Zmaž posledný rad" zmaže ovocie v poslednom rade.

Tlačidlom "Skontroluj" získate spätnú väzbu o správnosti a úplnosti riešenia.

Tento program vznikol vďaka podpore grantu KEGA 010UMB-4/2011.  
Autor: PaedDr. Milan Pokorný, PhD., Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita

Obr. 2.19: Ukážka interaktívneho prvku z kombinatoriky so spätnou väzbou

Študent po absolvovaní e-kurzu z kombinatoriky nadobudne nasledujúce kompetencie:

1. Študent vie určiť riešenie kombinatorickej úlohy systematickým vypisovaním možností.

2. Študent vie pri riešení kombinatorických úloh použiť pravidlo súčtu.
3. Študent vie pri riešení kombinatorických úloh použiť pravidlo súčinu.
4. Študent vie rozpoznať kombinatorické úlohy, pri riešení ktorých treba určiť počet kombinácií bez opakovania a dokáže správne určiť tento počet.
5. Študent vie rozpoznať kombinatorické úlohy, pri riešení ktorých treba určiť počet variácií bez opakovania a dokáže správne určiť tento počet.
6. Študent vie rozpoznať kombinatorické úlohy, pri riešení ktorých treba určiť počet permutácií bez opakovania a dokáže správne určiť tento počet.
7. Študent vie rozpoznať kombinatorické úlohy, pri riešení ktorých treba určiť počet variácií s opakovaním a dokáže správne určiť tento počet.
8. Študent vie rozpoznať kombinatorické úlohy, pri riešení ktorých treba určiť počet permutácií s opakovaním a dokáže správne určiť tento počet.
9. Študent vie rozpoznať kombinatorické úlohy, pri riešení ktorých treba určiť počet kombinácií s opakovaním a dokáže správne určiť tento počet.

Úloha: Nájdite všetky možnosti, ako môže na 4 rovnakých hracích kockách padnúť súčet 12. (na poradí kociek nezáleží)

1.možnosť 13.možnosť

2.možnosť 14.možnosť

3.možnosť 15.možnosť

4.možnosť 16.možnosť

5.možnosť 17.možnosť

6.možnosť 18.možnosť

7.možnosť 19.možnosť

8.možnosť 20.možnosť

9.možnosť 21.možnosť

10.možnosť 22.možnosť

11.možnosť 23.možnosť

12.možnosť 24.možnosť

Zmaž posledný rad

Skontroluj

**Výborne!**

**Riešenie je úplne správne.**

Ovládanie:  
Kocku na nasledovnú pozíciu vložíte kliknutím na niektorú z kociek v pravom hornom rohu. Hodnotu kociek meníte aj klikaním na ňu.

Tlačidlo "Zmaž posledný rad" zmaže kocky v poslednom rade.

Tlačidlom "Skontroluj" získate spätnú väzbu o správnosti a úplnosti riešenia.

Tento program vznikol vďaka podpore grantu KEGA 010UMB-4/2011.  
Autor: PaedDr. Milan Pokorný, PhD., Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita

Obr. 2.20: Ukážka interaktívneho prvku z kombinatoriky

10. Študent vie riešiť úlohy, v ktorých je potrebné vypočítať pravdepodobnosť určitého javu, kedy množina všetkých výsledkov pokusu pozostáva z  $m$  rôznych výsledkov pokusu, ktoré sú rovnako pravdepodobné.
11. Študent vie riešiť úlohy o pravdepodobnosti nezávislých javov a pravdepodobnosti nezávislých pokusov.
12. Študent ovláda Bernoulliho schému, dokáže rozpoznať úlohy, v ktorých ju treba použiť a následne ich dokáže vyriešiť.
13. Študent vie riešiť úlohy na podmienenú pravdepodobnosť.
14. Študent ovláda definíciu deliteľnosti a vie ju ilustrovať na konkrétnych príkladoch. Taktiež pozná jej základné vlastnosti.
15. Študent pozná kritériá deliteľnosti v desiatkovej sústave a vie vysvetliť a zdôvodniť ich princíp. Taktiež je schopný použiť ich pri riešení úloh.
16. Študent ovláda definíciu najväčšieho spoločného deliteľa a najmenšieho spoločného násobku a vie tieto pojmy použiť pri riešení úloh.
17. Študent pozná Euklidov algoritmus a vie zdôvodniť jeho princíp.

Úloha: V obchode majú 3 druhy ovocia. Nájdite všetky možnosti, ako môžeme kúpiť päť kusov ovocia.

1.možnosť  
2.možnosť  
3.možnosť  
4.možnosť  
5.možnosť  
6.možnosť  
7.možnosť  
8.možnosť  
9.možnosť  
10.možnosť  
11.možnosť  
12.možnosť

13.možnosť  
14.možnosť  
15.možnosť  
16.možnosť  
17.možnosť  
18.možnosť  
19.možnosť  
20.možnosť  
21.možnosť  
22.možnosť  
23.možnosť  
24.možnosť

Zmaž posledný rad

Skontroluj

**Výborne!**  
Riešenie je úplne správne.

Ovládanie:  
Ovocie vložíte kliknutím na obrázky s ovocím v pravom hornom rohu. Vložené ovocie meníte aj klikaním na neho.

Tlačidlo "Zmaž posledný rad" zmaže ovocie v poslednom rade.

Tlačidlom "Skontroluj" získate spätnú väzbu o správnosti a úplnosti riešenia.

Tento program vznikol vďaka podpore grantu KEGA 010UMB-4/2011.  
Autor: PaedDr. Milan Pokorný, PhD., Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita

Obr. 2.21: Ukážka interaktívneho prvku z kombinatoriky



18. Študent vie definíciu prvočísla a pozná rôzne spôsoby, ako zistiť, či je dané číslo prvočíslom.

19. Študent vie definovať kanonický rozklad prirodzeného čísla, urobiť kanonický rozklad daného prirodzeného čísla a využiť kanonický rozklad pri riešení úloh.

E-kurz prináša veľké množstvo interaktívnych programov, na ktorých si možno prakticky vyskúšať riešenie úloh zameraných na kombinatoriku, pravdepodobnosť, deliteľnosť a prvočísla.

The screenshot shows a window titled "Bernoulliho schéma - slovné úlohy". The main text reads: "Pravdepodobnosť, že výrobok je chybný, je 3%. Miško si kúpil balenie obsahujúce 10 výrobkov. Aká je pravdepodobnosť, že presne 2 z nich sú chybné? (výsledok uveďte v percentách bez znaku % a zaokrúhlite na celé číslo)". Below the text is a mathematical formula: 
$$\binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$
 with definitions:  $n$  ... počet pokusov,  $k$  ... počet úspešných pokusov,  $p$  ... pravdepodobnosť úspechu v pokuse. There is an input field and a "Skontroluj" button. At the bottom, it says "Počet správne vyriešených úloh: 3" and provides author information: "Tento program vznikol vďaka podpore grantu KEGA 008UMB-4/2013. Autor: PaedDr. Milan Pokorný, PhD., Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita".

Obr. 2.22: Ukážka interaktívneho prvku z pravdepodobnosti

V prvom rade je to 62 interaktívnych prvkov zameraných na riešenie kombinatorických úloh. Riešenie kombinatorických úloh je častokrát špecifické tým, že mnohé úlohy možno riešiť viacerými spôsobmi. Navyiac, ak je úlohou nájsť všetky možnosti vyhovujúce zadaniu, potom ich možno uviesť v rôznom poradí. To spôsobuje problémy pri použití elektronických testov, ktoré kontrolujú správnu odpoveď, ktorá je



v dostupných aplikáciách na internete najčastejšie v tvare výberu odpovede z predvolených možností, napísania číselnej odpovede alebo priradenia či usporiadania. Preto voľne dostupných aplikácií, ktoré nielen kontrolujú správnosť riešenia úlohy, v ktorej sme mali nájsť všetky možnosti vyhovujúce zadaniu úlohy, ale aj upozorňujú na to, ktorá časť riešenia je chybná, je veľmi málo. Myslíme si, že najväčšou výhodou našich interaktívnych prvkov z kombinatoriky oproti väčšine podobných prvkov dostupných na Internete je práve široká spätná väzba pre študentov. Ukážku interaktívnych prvkov vidíme na obr. 2.19 -2.21.

Ďalej e-kurz obsahuje štyri interaktívne prvky zamerané na riešenie slovných úloh z oblasti pravdepodobnosti. Prvý prvok je zameraný na riešenie úloh na pravdepodobnosť javov, druhý je zameraný na riešenie úloh na pravdepodobnosť nezávislých javov a pokusov, tretí je zameraný na riešenie úloh na Bernoulliho schému (ukážku vidíme na obr. 2.22) a štvrtý je zameraný na riešenie úloh na podmienenú pravdepodobnosť. Výhodou týchto interaktívnych prvkov oproti podobným prvkom z Internetu je to, že v úlohách sa menia náhodne číselné vstupy a náhodne sa generujú typy úloh, takže úlohy sa neopakujú dookola stále tie isté. Navyiac, pri nesprávnom riešení sa interaktívne prvky snažia naviesť študenta na správne riešenie.

Tretia skupina interaktívnych prvkov sa týka deliteľnosti a prvočísel a bola spomenutá v podkapitole 2.3.

E-kurz taktiež obsahuje štrnásť elektronických testov, ku každej lekcii jeden. Na týchto testoch si môžu študenti okamžite overiť mieru zvládnutia látky preberanej v jednotlivých lekciách.

E-kurz je spracovaný dvoma rôznymi spôsobmi. On-line forma je pre študentov prístupná v LMS Trnavskej univerzity na adrese <http://elearning.truni.sk/> po prihlásení sa (login pre verejnosť je kega a heslo kega4321). Off-line formu je možné získať od autorov tejto publikácie.

## **2.9 Geometrické miesto bodov**

E-kurz Geometrické miesto bodov je určený pre študentov Učiteľstva matematiky na Fakulte prírodných vied Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici, ako aj pre žiakov nižšieho a vyššieho sekundárneho vzdelávania. Je vytvorený s cieľom

implementovať prostriedky informačných a komunikačných technológií do klasickej formy vyučovania.

E-kurz sa nezameriava len na podrobné vysvetlenie teórie s množstvom dôkazov, nakoľko takýto prístup sa využíva v rôznych klasických (papierových) či digitálnych učebniciach. Náš e-kurz obsahuje stručné vysvetlenie základných pojmov z oblasti množín bodov danej vlastnosti a kladie dôraz na ich následné využitie pri riešení geometrických úloh. Ďalej obsahuje veľké množstvo interaktívnych pracovných listov vytvorených v softvéri GeoGebra a ešte žiakom ponúka možnosť otestovať nadobudnuté vedomosti prostredníctvom elektronických testov s okamžitou spätnou väzbou.

Základnou časťou e-kurzu sú Elektronické prednášky, ktoré sú rozdelené na štyri časti:

1. kruh, kružnica;
2. os úsečky, os uhla;
3. ekvidištanty priamky a kružnice;
4. stredový a obvodový uhol.

**Zadanie:**  
Nech  $k$  ( $S$ ,  $3\text{ cm}$ ) je kružnica opísaná trojuholníku  $ABC$ ,  
Zostrojte trojuholník  $ABC$ , ak  $|AB| = 5\text{ cm}$  a  $v_c = 4\text{ cm}$ .

Na kružnici  $k$  zvolíme bod  $A$ .

Keďže  $|AB| = 5\text{ cm}$ , bod  $B$  leží na kružnici  $k_1$  ( $A$ ,  $5\text{ cm}$ ).

Kružnica  $k$  je opísaná trojuholníku, všetky jeho vrcholy ležia na nej. Bod  $B$  je priesečník kružnic  $k$  a  $k_1$ .

Zostrojíme výšku na stranu  $c$ , pričom  $v_c = 4\text{ cm}$

Bod  $C$  leží na kružnici  $k$  a súčasne na priamke  $p$ , pričom  $|p, AB| = 4\text{ cm}$ .

Zostrojím sme trojuholník  $ABC$ .

**OTÁZKA PRE VÁS:** Ako sa zmení počet riešení úlohy, ak meníme veľkosť  $v_c$ ?

$v_c = 4$

0 / 7 Prehrávanie

Obr. 2.23: Ukážka riešenej interaktívnej úlohy

Každá časť začína vysvetlením základných pojmov, ktoré je doplnené ilustráciou na konkrétnom interaktívnom príklade a pokračuje riešenými a neriešenými úlohami. Po každej úlohe je pre žiaka pripravená otázka, ktorá s ňou súvisí, a na ktorú musí žiak správne odpovedať, aby sa posunul v prednáške ďalej. Pokiaľ je úloha riešená, vždy ide

o interaktívne pracovné listy s detailným vysvetlením spôsobu riešenia a žiak musí manipulovať s jednotlivými parametrami, aby určil správnu odpoveď. (Ukážku vidíme na obrázku 2.23). Takýmto spôsobom žiak neprijíma nové informácie pasívne, ale aktívne pristupuje k budovaniu svojich vedomostí. Keď odpovie na všetky otázky správne, dostane sa na koniec elektronických prednášok a môže pokračovať v ďalších častiach e-kurzu.

Pre tých, ktorých problematika geometrických miest bodov viac zaujíma, je pripravený doplnkový študijný materiál, spracovaný prostredníctvom nástroja „kniha“. Obsahuje dôkazy platnosti niektorých viet, pričom tieto sú spracované prostredníctvom interaktívneho pracovného listu vytvoreného v GeoGebre.

Najskôr dokážeme, že ak bod  $X$  leží na osi uhla, je rovnako vzdialený od oboch jeho ramien.

$|\sphericalangle AVX| = 55^\circ$   
 $|VX| = 3.7$

Dokazujeme, či platí  $\triangle VA_1X \cong \triangle VB_1X$ :

Čo sa zhoduje?  
 $VX \cong VX$   
 $\sphericalangle XA_1V \cong \sphericalangle XB_1V$  (kolmice z  $X$  na ramená uhla)  
 $\sphericalangle XVA_1 \cong \sphericalangle XVB_1$  (o je os uhla)

trojuholníky sú zhodné, a teda  $XA_1 \cong XB_1$

Pre kontrolu:  
 Vzdialenosť  $|X, \vec{VA}| = 1.71$   
 Vzdialenosť  $|X, \vec{VB}| = 1.71$

KLIKNI SEM : druhá časť dôkazu


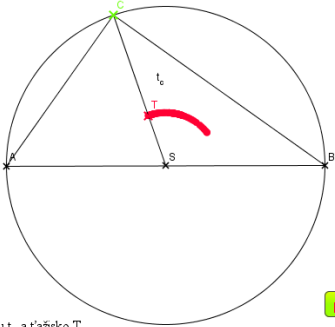
Obr. 2.24: Ukážka interaktívneho dôkazu - os uhla

Cieľom elektronických prednášok je:

1. oboznámiť žiakov s pojmami z teórie množín bodov danej vlastnosti – kružnica, kruh, Talesova kružnica, os úsečky, os uhla, ekvidištanty priamky, ekvidištanty kružnice, stredový a obvodový uhol, množina  $\mathcal{G}$ ;
2. naučiť žiakov aplikovať nadobudnuté vedomosti pri riešení konkrétnych konštrukčných úloh.

Samostatnou časťou e-kurzu sú konštrukčné úlohy. Niektoré sú už vyriešené a ich cieľom je ukázať žiakom detailný opis postupu ich riešenia. Vzhľadom k tomu, že všetky sú spracované interaktívne, žiaci majú možnosť manipulovať s parametrami

úlohy a vidia, ako sa úloha mení v ich závislosti. V ďalších úlohách je pracovný list rozdelený na dve časti – v jednej je miesto, kde si žiaci môžu riešiť úlohu samostatne a v druhej je skrytá hotová konštrukcia, aby si žiaci mohli porovnať vlastné riešenia s tými správnymi. (pozri obr. 2.25) Už v tejto časti sa e-kurz odlišuje od klasických učebníc, či už tlačených alebo digitálnych, nakoľko žiaci získajú okamžitú spätnú väzbu o ich práci. Tretiu časť bloku tvoria úlohy určené pre samostatné riešenie. Tie žiaci vypracujú a odovzdajú učiteľovi, ktorý ich skontroluje a poskytne žiakom spätnú väzbu. Každý vyučujúci si vyberie úlohy, ktoré bodovo ohodnotí, pričom toto hodnotenie sa započíta do celkového hodnotenia e-kurzu. Cieľom takto koncipovaného e-kurzu je zvyšovať aktivitu študentov/žiacov vo vyučovacom procese a znižovať mieru ich pasivity.

<p><b>Zadanie:</b> Daná je úsečka AB. Urč množinu <math>t</math> a žišk všetkých pravouhlých trojuholníkov s preponou AB.</p>  <p>Zapni animáciu kliknutím na tlačítko Play pred týmto textom.</p> <p>0 / 5    Prehrávanie    2 / 5 s</p>	<p><i>Najskôr skús úlohu riešiť sám. Ak budeš potrebovať pomoc, pozri si riešenie.</i></p> <p>Množina vrcholov C všetkých pravouhlých trojuholníkov ABC s pravým uhlom pri vrchole C je Talesova kružnica nad priemerom AB.</p>  <p>Narysujeme ťažnicu <math>t_c</math> a ťažisko T.</p> <p><b>pošli bodom T</b></p>
--	---

Obr. 2.25: Ukážka úlohy so skrytým riešením

Pre tých žiakov, ktorí prejavia väčší záujem, ponúkame možnosť bonusových úloh. Pod týmto názvom nájdeme úlohy, na vyriešenie ktorých musia žiaci vynaložiť viac úsilia. Opäť majú možnosť poslať svoje riešenia učiteľovi, ktorý im za správne vyriešené úlohy prideli bonusové body. Bonusové body sa pripočítajú do celkového hodnotenia e-kurzu.

Aby si žiaci mohli overiť úroveň svojich vedomostí, majú k dispozícii tri cvičné testy, ktoré sa do celkového hodnotenia nezapočítavajú a slúžia len pre ich vlastnú potrebu. Tieto testy pozostávajú z troch druhov otázok – doplnenie správnej odpovede, výber spomedzi viacerých možností, rozhodnutie o pravdivosti výroku. Výhodou testov je, že poskytujú žiakovi okamžitú spätnú väzbu o úrovni nadobudnutých vedomostí.

V prípade nesprávnych odpovedí sa mu zobrazí odporúčanie, akú časť e-kurzu by si mal zopakovať, prípadne k akým úlohám by sa mal vrátiť a ešte raz s nimi pracovať.

The image shows two examples of multiple-choice questions from a test interface. Each question is presented in a light blue box with a sidebar on the left containing question details and controls.

**Otázka 8**  
Neukončený  
Max. hodnotenie 2,00  
Flag question  
Upraviť otázku

Nech  $FG$  je priemer kružnice  $k$ . Koľko existuje na kružnici  $k$  takých bodov  $H$ , že trojuholník  $FGH$  je rovnostranný?

Vyberte jednu:

- žiadny bod
- len jediný bod kružnice rôzny od  $F, G$
- všetky body kružnice

Skontrolovať

**Otázka 9**  
Neukončený  
Max. hodnotenie 1,00  
Flag question  
Upraviť otázku

Nech  $AB$  je priemer kružnice  $k$ . Nech  $C$  leží vnútri tejto kružnice.  
Rozhodni o pravdivosti tvrdenia: Uhol  $ACB$  je ostrý.

Vyberte jednu:

- Pravda
- Nepravda

Skontrolovať

Obr. 2.26: Ukážka úloh z cvičných testov

Poslednou časťou e-kurzu je záverečný test, v ktorom si žiaci overia úroveň svojich vedomostí, pričom body získané pri vyplnení tohto testu sa započítavajú do konečného hodnotenia e-kurzu.

E-kurz Geometrické miesto bodov (GMB) je pre študentov UMB spracovaný a dostupný po prihlásení v prostredí LMS Moodle Univerzity Mateja Bela na adrese <https://lms2.umb.sk/course/view.php?id=1225>. Pre verejnosť je prístupný v prostredí LMS Projekty UMB na adrese <https://lms2.umb.sk/projekty/course/view.php?id=27>. Do e-kurzu sa môže prihlásiť každý užívateľ jednoduchou registráciou a využívať jeho plnú verziu, t. j. okrem iného aj odovzdávanie vypracovaných zadaní učiteľom, pričom učiteľské práva budú pridelené tým vyučujúcim, ktorí budú chcieť využívať elektronický e-kurz vo vyučovaní, prípadne budú chcieť s nami spolupracovať pri výskume.

## 2.10 Informačno-komunikačné technológie

E-kurz Informačno-komunikačné technológie je určený pre študentov Predškolskej a elementárnej pedagogiky na Pedagogickej fakulte Univerzity Mateja Bela v Banskej Bystrici a plne pokrýva obsah rovnomenného povinne voliteľného

predmetu. Je určený pre kombináciu klasickej formy vyučovania a štúdia pomocou e-learningového kurzu.


E-kurz je zameraný na efektívne využívanie programov kancelárskeho balíka tak pre osobné študijné potreby, ako aj pre budúce pedagogické pôsobenie študentov. Programy kancelárskeho balíka sú, čo do dostupnosti a využívania, najrozšírenejšie medzi používateľmi aj na slovenských školách. Sú to programy, ktoré môžu vytvárať vhodné elektronické prostredie pre vzdelávanie sa a sú označované ako vhodné prostriedky na podporu vyučovania matematiky. V e-kurze sú rozpracované námety na využitie kancelárskych aplikácií pri tvorbe výučbových materiálov s využitím interaktívnych prvkov.

E-kurz je zložený z piatich základných blokov. Prvý blok je úvodný, v ktorom sa nachádzajú všeobecné informácie o e-kurze, jeho obsahu a časovom harmonograme. Druhý blok tvorí študijná podpora pre jednotlivé témy preberané v e-kurze. Ďalšie bloky sú venované činnostiam v jednotlivých kancelárskych aplikáciách:

1. *MS Word*. Cieľom je rozvinúť schopnosti študentov efektívne využívať nástroje programu pri úprave rozsiahlych dokumentov. Ide o formátovanie dokumentu ako celku, stránkovanie, hlavičky, päty, poznámky, pravopis, obsah dokumentu; vkladanie, výber, kopírovanie, presúvanie, mazanie a vyhľadávanie určitej skupiny textu; formátovanie písma, odsekov a vytváranie vzorov pre úpravu textu; tvorba tabuliek, obrázkov a grafických objektov v dokumente a práca s nimi. Študenti sa naučia ovládať editor rovníc, prepájať súbory medzi sebou, pripraviť dokumenty pre tlač a transformovať dokumenty do iného prostredia. Oboznámia sa s využitím formulárových prvkov pre rôzne využitie v školskej praxi (obr. 2.27).

Vypočítaj príklady. Prirad' písmená k výsledkom a zisti aké zvieratko je na obrázku.

$7-7+18 =$	Vyber výsledok	M
$20-10-5 =$	Vyber výsledok	Í
$17-6+6 =$	Vyber výsledok	K
$19-10-2 =$	Vyber výsledok	A
$8-8+16 =$	Vyber výsledok	Z



17	7	18	16	5	17
Vyber písmenko	Vyber písmenko	Vyber písmenko	Vyber písmenko	Vyber písmenko	Vyber písmenko

Obr.2.27: Ukážka využitia formulárových prvkov v textovom editore MS Word

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	<b>Test z matematiky</b>							
2	1)							
3	Vypočítaj príklad a vyber správny výsledok. $9 + 10 - 3 - 2 =$						15	
4								
5	2)							
6	Rozhodni, či je tvrdenie pravdivé.							
7	Ak ľubovoľnému číslu pripočítam číslo 0 výsledok sa nezmení.						<input type="checkbox"/> Áno	
8								
9	3)							
10	Číslo väčšie ako 3 ale menšie ako päť je číslo:						2	
11								
12	4)							
13	Vypočítaj príklad a vyber správny výsledok $10 + 3 + 3 - 10 =$						8	
14								
15	5)							
16	Rozhodni, či je tvrdenie pravdivé.							
17	Ak má Janka 10 cukríkov a 7 zje zostanú jej 4 cukríky.						<input type="checkbox"/> Áno <input type="checkbox"/> Nie	
18								
19								
20	<b>Hodnotenie</b>							
21	<b>Otázka</b>		<b>Body</b>					
22	1. otázka		0					
23	2. otázka		0					
24	3. otázka		0					
25	4. otázka		0					
26	5. otázka		0					
27	<b>Spolu</b>		<b>0</b>					
28								

Obr 2.28.: Ukážka edukačného testu v MS Excel

**PPT - úloha**

Vypracujte prezentáciu určenú na vyučovanie matematiky na 1. st. ZŠ v rozsahu maximálne 10 snímok.

Prezentácia môže byť určená napr. ako doplnenie výkladu učiva, môže slúžiť na precvičenie učiva a pod.

Vhodné inšpirácie nájdete v časti **Učebné materiály** pod odkazom **Edukačné portály a stránky učiteľov**.

Hotovú prezentáciu pripojte do tohto zadania (**Pridať záznam**).

Každý z vás si môže pozrieť odoslané súbory (buď v režime **Prehliadať po jednom** alebo **Zoznam**), **ohodnotiť a pridať svoj komentár**.

**Prezentácie hodnotia všetci študenti.**

Záverečné hodnotenie potvrdí vyučujúci.

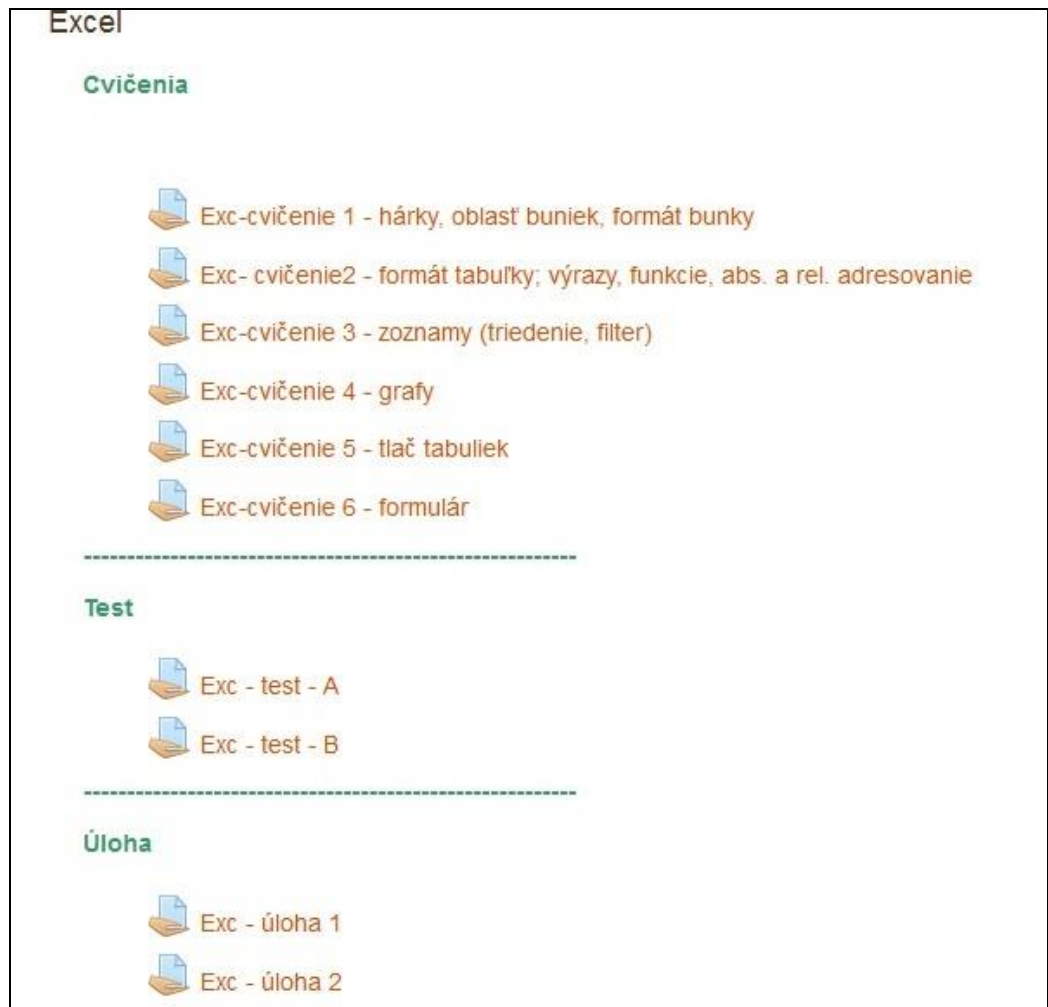
Viditeľné skupiny

Počet záznamov na strane

Obr. 2.29: Ukážka nástroja Databáza v úlohe z témy PowerPoint.

2. *MS Excel*. Cieľom je naučiť študentov ovládať základné činnosti s tabuľkovým procesorom MS Excel a ukázať možnosti využitia programu v školskej praxi. Ide hlavne o tieto činnosti: vkladanie, výber, kopírovanie, presúvanie, mazanie a vyhľadávanie obsahu bunky tabuľky; základné funkcie; využívanie vzorcov a funkcií pre automatické vyplňovanie buniek tabuľky; formátovanie obsahu buniek; formátovanie tabuľky ako celku, pravopis, hlavičky, päty; tvorba grafov; príprava tabuliek pre tlač. Študenti sa naučia využívať formulárové prvky v programe MS Excel pri príprave edukačných testov (obr.2.28).
3. *MS PowerPoint*. Cieľom je nadviazať na zručnosti študentov pri tvorbe prezentácií a doplniť ich vedomosti o možnostiach úprav a využitia prezentácií. Pozornosť sa kladie na využívanie rôznych objektov a efektov v prezentácii; na prípravu prezentácie na tlač; na riadenie prezentácie, navigáciu, ako aj využitie možností efektov animácií a vytvárania prepojení pre interaktívnu prezentáciu.





Obr.2.30: Ukážka prostredia e-kurzu IKT – téma MS Excel.

V každom bloku preberaných programov sa okrem cvičení nachádza test zo všeobecných znalostí práce s programovou aplikáciou a úloha, v ktorej študenti prejavia svoju nápaditosť a overia si získané nové zručnosti pri tvorbe vlastného edukačného materiálu z matematiky, určeného pre žiakov 1. stupňa základnej školy. Pre úlohy v tematickej časti MS Word a MS PowerPoint je v e-kurze využitý nástroj MS Moodle: databáza (obr. 2.29). Počas tvorby a ukladania úloh majú tak študenti možnosť prezrieť si práce iných spolužiakov, napísať k nim svoj komentár a tým poskytovaním spätnej väzby navzájom spolupracovať a zdokonaľovať svoje vlastné práce.

E-kurz Informačno-komunikačné technológie je v on-line forme dostupný v LMS Univerzity Mateja Bela na adrese: <https://lms2.umb.sk/course/view.php?id=179> .

## 2.11 E-kurzy určené pre žiakov základných škôl

V tejto podkapitole stručne charakterizujeme sériu štyroch e-learningových e-kurzov z matematiky určených pre žiakov základných škôl, ktoré boli vyrobené v rámci riešenia projektu KEGA 010UMB-4/2011 s názvom „Tvorba elektronických kurzov z matematiky pre žiakov základných škôl a prvých 4 ročníkov osemročných gymnázií“.

E-kurz Lineárne rovnice a ich sústavy je určený ako doplnkový študijný materiál najmä pre študentov druhého stupňa základných škôl a 1. – 4. ročníka osemročných gymnázií, ktorí si potrebujú precvičiť či utvrdiť svoje vedomosti z oblasti riešenia lineárnych rovníc a ich sústav. Študenti si precvičia jednoduché lineárne rovnice, zložitejšie lineárne rovnice, sústavy dvoch a troch lineárnych rovníc a rôzne metódy ich výpočtu.

E-kurz sa skladá z piatich lekcí:

1. Jednoduché lineárne rovnice.
2. Zložitejšie lineárne rovnice.
3. Sústavy dvoch lineárnych rovníc.
4. Sústavy troch lineárnych rovníc.
5. Sústavy dvoch a troch lineárnych rovníc s menším počtom rovníc ako je počet neznámych.

E-kurz obsahuje šesť interaktívnych programov, na ktorých si žiaci prakticky vyskúšajú riešenie lineárnych rovníc od jednoduchých po zložitejšie a riešenie sústavy dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi. Práve tieto programy, ktoré odlišujú tento e-kurz od klasických učebníc, prinúti žiaka aktívne pristupovať k riešeniu úlohy, nielen si ho čítať. Ukážka interaktívneho prvku na riešenie sústavy dvoch rovníc s dvoma neznámymi je na obr. 2.31.

Riešenie sústavy rovníc sčítacou metódou

$$\begin{array}{r}
 9x + 7y = -14 \quad | \cdot 4 \\
 -4x + 14y = 126 \quad | \cdot 9 \\
 \hline
 36x + 28y = -56 \\
 -36x + 126y = 1134 \\
 \hline
 0x + 154y = 1078 \\
 y = 7 \\
 x = -7
 \end{array}$$

Ďalší príklad

Výborne.

Tento program vznikol vďaka podpore grantu KEGA 010UMB-4/2011.  
 Autori: PaedDr. Milan Pokorný, PhD., Mgr. Silvia Malatinská, Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita

Obr. 2.31: Ukážka interaktívneho prvku z e-kurzu Lineárne rovnice a ich sústavy

E-kurz taktiež obsahuje dve série elektronických testov. Prvá séria obsahuje päť elektronických testov, ku každej lekcii jeden. Na týchto testoch si môžu študenti okamžite overiť mieru zvládnutia látky preberanej v jednotlivých lekciiach. Druhá séria obsahuje päť elektronických testov stupňovanej náročnosti z celého obsahu e-kurzu.

E-kurz Objem a povrch geometrických telies je určený najmä pre žiakov základných škôl a prvých štyroch ročníkov osemročných gymnázií, ktorí si potrebujú precvičiť výpočet objemu a povrchu geometrických telies (kocka, kváder, hranol, valec, ihlan, kužeľ, guľa) či utvrdiť svoje vedomosti z tejto oblasti. Študenti si precvičia výpočet objemu a povrchu geometrických telies s použitím príslušných vzorcov na výpočet objemu a povrchu geometrických telies, ako aj riešenie primeraných slovných úloh na výpočet objemu a povrchu geometrických telies.

Štvorsten

Doplňte chýbajúce údaje. Dĺžka hrany je celé číslo, ostatné čísla zaokrúhlite na dve desatinné miesta.

$a$

$V$

$P$

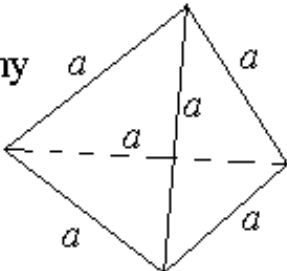
$v$

Skontroluj

Skontroluj

Skontroluj

$a$  ... dĺžka hrany  
 $V$  ... objem  
 $P$  ... povrch  
 $v$  ... výška



$V = \frac{\sqrt{2} \cdot a^3}{12}$   
 $P = \sqrt{3} \cdot a^2$   
 $v = \frac{\sqrt{6} \cdot a}{9}$

Tento program vznikol vďaka podpore grantu KEGA 010UMB-4/2011.

Autori: PaedDr. Milan Pokorný, PhD., Mgr. Silvia Malatinská, Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita

Obr. 2.32: Ukážka interaktívneho prvku pre nadaných žiakov z e-kurzu  
Objem a povrch geometrických telies

E-kurz sa skladá zo šiestich lekcí:

1. Objem a povrch kocky a kvádra,
2. Objem a povrch hranola,
3. Objem a povrch valca,
4. Objem a povrch ihlana,
5. Objem a povrch kužeľa,
6. Objem a povrch gule.

E-kurz obsahuje dvanásť interaktívnych programov, z toho šesť je primárne určených pre nadaných žiakov. Na týchto programoch si možno prakticky vyskúšať riešenie úloh zameraných na výpočet objemu a povrchu geometrických telies (kocka, kváder, valec, ihlan, kužeľ, guľa) a použitie príslušných vzorcov. Ukážku interaktívneho prvku pre nadaných žiakov vidíme na obr. 2.32.

E-kurz taktiež obsahuje šesť elektronických testov, ku každej lekcii jeden, na ktorých si môžu študenti okamžite overiť mieru zvládnutia látky preberanej v jednotlivých lekciách a päť elektronických testov stupňovanej náročnosti z celého obsahu e-kurzu.

E-kurz Percentá je určený najmä pre žiakov základných škôl a prvých štyroch ročníkov osemročných gymnázií, ktorí si potrebujú precvičiť či utvrdiť svoje vedomosti z oblasti percent. Žiaci a študenti si precvičia prácu s percentami a promile, jednoduché slovné úlohy z praktického života, prácu s diagramami, výpočet daní a úrokov.

E-kurz sa skladá zo šiestich lekcii:

1. Výpočet percent,
2. Slovné úlohy na percentá,
3. Výpočet promile,
4. Slovné úlohy na promile,
5. Diagramy,
6. Percentá a promile v inom kontexte.

E-kurz obsahuje jedenásť interaktívnych programov, na ktorých si možno prakticky vyskúšať riešenie úloh zameraných na výpočet percent a promile, na slovné úlohy na percentá a promile, na diagramy a na percentá a promile v inom kontexte. Na obr. 2.33 vidíme, ako sa program snaží usmerniť žiaka na správne riešenie úlohy po jeho nesprávnej odpovedi.

**Predaj áut**

Autorizovaný predajca Škody predáva modely Citigo, Fabia, Rapid, Octavia, Superb a Yeti. Počet predaných áut za posledných dvanásť mesiacov je znázornený na grafe.  
 Koľko percent z počtu predaných automobilov tvorí Škoda Rapid?  
 (výsledok zaokrúhlite na celé číslo)

Koľko áut sa predalo spolu?

Koľko áut Rapid sa predalo?

Koľko je to percent?

Počet správne vyriešených úloh: 0

Model	Počet predaných áut
Citigo	84
Fabia	199
Rapid	27
Octavia	53
Superb	45
Yeti	17

Tento program vznikol vďaka podpore grantu KEGA 010UMB-4/2011.  
 Autori: PaedDr. Milan Pokorný, PhD., Mgr. Silvia Malatinská, Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita

Obr. 2.33: Ukážka interaktívneho prvku z e-kurzu Percentá so spätnou väzbou po nesprávnej odpovedi

E-kurz taktiež obsahuje šesť elektronických testov, ku každej lekcii jeden, na ktorých si môžu študenti okamžite overiť mieru zvládnutia látky preberanej v jednotlivých lekciami a päť elektronických testov stupňovanej náročnosti z celého obsahu e-kurzu.

E-kurz Trojuholník a jeho vlastnosti je určený najmä pre žiakov základných škôl a prvých štyroch ročníkov osemročných gymnázií, ktorí si potrebujú precvičiť témy

spojené s trojuholníkom a jeho vlastnosťami či utvrdiť svoje vedomosti z tejto oblasti. Študenti si precvičia prácu so základnými prvkami trojuholníka, jeho základnými vlastnosťami a rozdelením trojuholníkov. Naučia sa rozlíšiť, kedy sú dva trojuholníky zhodné a podobné, ďalej sa naučia znenie Pytagorovej vety, jej význam a na záver sa naučia vypočítať obvod a obsah trojuholníka a vo všeobecnosti riešiť slovné úlohy s touto tematikou.

E-kurz sa skladá zo štyroch lekcí:

1. Základné prvky trojuholníka,
2. Zhodnosť a podobnosť trojuholníkov,
3. Pytagorova veta,
4. Obvod a obsah trojuholníka.

E-kurz obsahuje 11 interaktívnych programov, na ktorých si možno prakticky vyskúšať riešenie úloh zameraných na prácu so základnými prvkami trojuholníka, jeho základnými vlastnosťami a rozdelením trojuholníkov, rozlíšenie dvoch zhodných a podobných trojuholníkov, Pytagorovu vetu, jej význam, výpočet obvodu a obsahu trojuholníka. Ďalej e-kurz obsahuje štyri elektronické testy, ku každej lekcii jeden, a päť elektronických testov stupňovanej náročnosti z celého obsahu e-kurzu.

Všetky štyri e-kurzy sú spracované dvoma rôznymi spôsobmi. Off-line verzie e-kurzov sú voľne prístupné na adrese <http://pdf.truni.sk/pokorny/kurzy/>. On-line verzie sú pre študentov prístupné v LMS Trnavskej univerzity na adrese <http://elearning.truni.sk/> po prihlásení sa (login pre verejnosť je kega a heslo kega4321).

**3. Overovanie  
efektívnosti  
blended learningu  
vo vzdelávacom procese**



Začiatky efektívneho využívania e-learningu vo vzdelávacom procese na Pedagogickej fakulte Trnavskej univerzity siahajú do roku 2003, kedy Trnavská univerzita začala prevádzkovať learning management system a začala pripravovať vlastné e-kurzy. Výsledky výskumu zameraného na efektívnosť použitia e-learningových kurzov vo vyučovaní matematických predmetov boli odvtedy prezentované na mnohých vedeckých a odborných podujatiach a publikované v mnohých vedeckých publikáciách. Výsledky výskumu do roku 2011 boli sumarizované v práci Pokorného (2011).

V tejto kapitole sumarizujeme výsledky výskumu, ktorý sa zameriaval na efektívnosť e-learningu a blended learningu vo vyučovaní matematických predmetov na Trnavskej univerzite od roku 2012, čiastočne v rámci riešenia projektu KEGA 008UMB-4/2013 s názvom „Efektivita blended learningu v príprave budúcich učiteľov matematiky“. Uvedieme syntetizujúci pohľad na výsledky publikované viacerými autormi (Malatinská, 2015; Bérešová a kol., 2015; Pokorný, Malatinská a Híc, 2015; Mišút a Pokorný, 2015; Pokorný a Híc, 2015a; Pokorný a Híc, 2015b; Pokorný a Híc, 2015c; Híc a Pokorný, 2013; Pokorný, 2014; Pokorný, 2013a; Pokorný, 2013b; Híc a Pokorný, 2012; Híc a Pokorný, 2011; Pokorný a Malatinská, 2013; Pokorný, 2012; Híc, 2012).

## **3.1 Blended learning vo vyučovaní predmetov učiteľstva pre primárne vzdelávanie na TU**

Ako sme už spomenuli v prvej kapitole, v roku 2010 sa jednou z kľúčových priorít Trnavskej univerzity stali aj investície do infraštruktúry IKT. V rámci riešenia projektu Rozvoj virtuálnej univerzity - Tvorba a inovácia študijných programov s využitím moderných foriem vzdelávania pokryla Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity e-learningovými kurzami celý študijný program Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie. Súčasťou tohto študijného programu je aj povinný predmet Aritmetika a povinne voliteľný predmet Celé, racionálne, reálne čísla, ktoré študenti absolvujú v prvom ročníku magisterského štúdia.

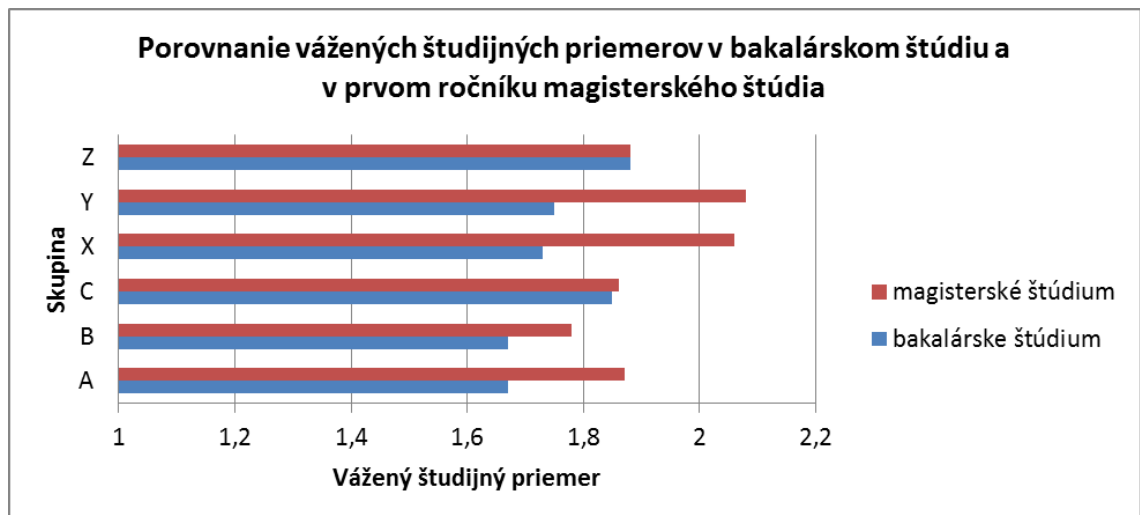
Bérešová, Pokorný, Peterková a Híc (2015) skúmali efektívnosť blended learningu vo vyučovaní celého prvého ročníka magisterského štúdia študijného programu Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie. Významným výsledkom tejto štúdie je fakt, že efektívnosť blended learningu bola skúmaná v mnohých predmetoch (nielen prírodovedných), ktoré učili rôzni vyučujúci, ktorých postoje k blended learningu boli rôzne. Uvedieme najdôležitejšie zistenia tejto štúdie.

Autori štúdie si položili dve otázky, a to:

- a) či je možné použitím blended learningu zlepšiť študijné výsledky študentov prvého ročníka magisterského štúdia študijného programu Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie a
- b) či blended learning dokáže zmenšiť zhoršenie študijných výsledkov medzi bakalárskym a magisterským štúdiom, ktoré bolo pri tradičnej forme výučby pozorované v predchádzajúcich akademických rokoch.

Pedagogický experiment, ktorý mal odpovedať na vyššie uvedené otázky, trval tri akademické roky a bol realizovaný na vzorke 207 študentov, ktorí boli rozdelení do šiestich skupín:

- A: 40 študentov denného štúdia so začiatkom v roku 2011,
- B: 39 študentov denného štúdia so začiatkom v roku 2012,
- C: 27 študentov denného štúdia so začiatkom v roku 2013,
- X: 44 študentov externého štúdia so začiatkom v roku 2011,
- Y: 25 študentov externého štúdia so začiatkom v roku 2012,
- Z: 32 študentov externého štúdia so začiatkom v roku 2013.



Obr. 3.1: Porovnanie vážených študijných priemerov v bakalárskom štúdiu a v prvom ročníku magisterského štúdia

Skupiny A, B, X a Y tvorili kontrolnú vzorku, nakoľko boli vyučované tradičným spôsobom. Skupiny C a Z tvorili experimentálnu skupinu, nakoľko boli vyučované pomocou blended learningu.

Na grafe na obrázku 3.1 vidíme porovnanie vážených študijných priemerov v bakalárskom štúdiu a v prvom ročníku magisterského štúdia. Vo všetkých kontrolných skupinách, ktoré boli vyučované tradičným spôsobom, nastalo výrazné zhoršenie výsledkov, zatiaľ čo v experimentálnych skupinách, ktoré boli vyučované pomocou blended learningu, takéto zhoršenie výsledkov nenastalo. Použitie štatistických testovacích metód preukázalo, že zhoršenia všetkých kontrolných skupín sú významné, zatiaľ čo medzi výsledkami experimentálnych skupín nie je významný rozdiel. Je teda zjavné, že použitie blended learningu pomohlo zastaviť zhoršovanie študijného priemeru študentov v prvom ročníku magisterského štúdia.

Pomocou metód testovacej štatistiky autori ďalej preukázali, že zatiaľ čo výsledky oboch kontrolných skupín denného štúdia v bakalárskom štúdiu boli lepšie ako výsledky experimentálnej skupiny, v magisterskom štúdiu už medzi výsledkami skupín neboli významné rozdiely. Ešte silnejší výsledok bol zaznamenaný pri externom štúdiu, kedy výsledky oboch kontrolných skupín v bakalárskom štúdiu boli lepšie ako výsledky experimentálnej skupiny, avšak v magisterskom štúdiu boli významne lepšie výsledky experimentálnej skupiny. Na základe toho autori vyslovili záver, že blended learning pomáha zlepšiť študijné výsledky študentov Učiteľstva pre primárne vzdelávanie, a že je prospešné najmä pre študentov externého štúdia, ktorí

majú limitovaný počet kontaktných hodín s vyučujúcim, a preto im kvalitný e-learningový kurz výrazne pomôže zlepšiť ich výsledky.

Pokorný, Malatinská a Hic (2015) skúmali efektívnosť blended learningu vo vyučovaní matematických predmetov v magisterskom štúdiu študijného programu Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie. Uvedieme najdôležitejšie zistenia tejto štúdie.

Cieľom štúdie bolo odpovedať na otázku, či použitie blended learningu vo vyučovaní matematiky na Pedagogickej fakulte Trnavskej univerzity dokáže zlepšiť výsledky študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie v matematických predmetoch. Preto uskutočnili experiment na vzorke 120 študentov učiteľstva primárneho vzdelávania, ktorých rozdelili do štyroch skupín:

A: 39 študentov denného štúdia so začiatkom štúdia v roku 2012,

B: 28 študentov denného štúdia so začiatkom štúdia v roku 2013,

C: 25 študentov externého štúdia so začiatkom štúdia v roku 2012,

D: 28 študentov externého štúdia so začiatkom štúdia v roku 2013.

Títo študenti počas magisterského štúdia absolvujú šesť matematických predmetov (z toho Aritmetika a Celé, racionálne, reálne čísla boli vyučované blended learningom vo všetkých skupinách). V zvyšných štyroch predmetoch skupiny A a C boli vyučované tradičným spôsobom a tvorili kontrolné skupiny, skupiny B a D boli experimentálne a popri klasickej forme vyučovania mali k dispozícii e-learningové kurzy.

Čo sa týka študentov denného štúdia, vážený študijný priemer počas bakalárskeho štúdia v skupine A bol 1,67 a v skupine B bol 1,84. Použitím nástrojov testovacej štatistiky sa preukázal signifikantný rozdiel v prospech kontrolnej skupiny A. Vážený študijný priemer študentov počas magisterského štúdia z matematických predmetov v skupine A bol 1,95, rovnako ako aj v experimentálnej skupine B. Použitím nástrojov testovacej štatistiky sa nepreukázal signifikantný rozdiel v prospech žiadnej zo skupín. Hoci študenti experimentálnej skupiny dosahovali počas ich bakalárskeho štúdia horšie výsledky ako študenti kontrolnej skupiny, v matematických predmetoch magisterského štúdia nebol zaznamenaný rozdiel vo výsledkoch oboch skupín.

Čo sa týka študentov externého štúdia, vážený študijný priemer počas bakalárskeho štúdia v skupine C bol 1,78 a v skupine D bol 1,86. Použitím nástrojov

testovacej štatistiky sa nepreukázal signifikantný rozdiel v prospech kontrolnej skupiny C. Vážený študijný priemer študentov počas magisterského štúdia z matematických predmetov v skupine C bol 2,46, zatiaľ čo v experimentálnej skupine D iba 1,87. Použitím nástrojov testovacej štatistiky sa preukázal signifikantný rozdiel v prospech experimentálnej skupiny D. Hoci študenti oboch skupín dosahovali počas ich bakalárskeho štúdia porovnateľné výsledky, v matematických predmetoch magisterského štúdia bol zaznamenaný výrazný rozdiel v prospech študentov vzdelávaných blended learningom.

Autori štúdie vylúčili možnosť, že pozitívne zmeny v experimentálnych skupinách nastali zodpovednejším prístupom k matematickým predmetom tým, že porovnali ich výsledky v predmetoch Aritmetika a Celé, racionálne, reálne čísla, ktoré boli vyučované blended learningom vo všetkých skupinách. Ukázalo sa, že výsledky bakalárskeho štúdia sú v zhode s výsledkami v týchto dvoch predmetoch.

## **3.2 Efektivita použitia interaktívnych prvkov vo vyučovaní na TU**

Jedným z elementov, ktoré výrazne odlišujú naše e-learningové kurzy od tradičných tlačenej učebníc, je použitie interaktívnych prvkov. Myslíme si, že ak má byť blended learning efektívnejší ako tradičná forma vyučovania, je nutné plne využívať možnosti moderných informačných a komunikačných technológií. Elektronický kurz, ktorý sa od tlačenej učebnice líši iba tým, že je v pdf formáte, môže byť iba ťažko efektívnejší. Preto sa náš výskum zamerá aj na otázku, či interaktívne prvky obsiahnuté v našich e-kurzoch dokážu efektívne prispievať k dosiahnutiu vzdelávacích cieľov.

Hic (2012) sa zaoberá štúdiom efektívnosti blended learningu vo vyučovaní predmetov Aritmetika a Celé, racionálne, reálne čísla, pričom sa osobitne zameriava na interaktívne prvky použité v oboch rovnomenných e-learningových kurzoch. Uvedieme najdôležitejšie zistenia tejto štúdie.

V rokoch 2009 a 2010 boli oba predmety vyučované klasickým spôsobom výučby. Ukázalo sa, že študenti považujú oba predmety za pomerne náročné, a to najmä tí, ktorí nepovažujú matematiku za obľúbenú. Preto boli do e-learningových kurzov

zaradené interaktívne prvky, ktoré mali študentom pomôcť lepšie pochopiť problematické časti predmetov.

Híc (2012) skúmal, či zmena z klasickej formy vyučovania na blended learning môže zvýšiť schopnosť študentov uspieť v záverečnom teste. Ukázalo sa, že odpoveď na túto otázku je kladná. Po zavedení blended learningu v akademickom roku 2011/2012 všetkých 30 študentov denného štúdia úspešne urobilo záverečný test z oboch predmetov. Navyiac, z 32 študentov externého štúdia iba dvaja študenti neuspeli v záverečnom teste v predmete Aritmetika a všetci uspeli v záverečnom teste v predmete Celé, racionálne, reálne čísla. Schopnosť študentov uspieť v záverečnom teste sa teda výrazne zvýšila oproti predchádzajúcim akademickým rokom, kedy bol predmet vyučovaný tradičným spôsobom.

Autor sa taktiež zaoberal rozdielmi medzi dennými a externými študentmi. Priemerná úspešnosť denných študentov v záverečnom teste z Aritmetiky bola 64,57% a externých študentov bola 59,75%. Použitím t-testu bola prijatá nulová hypotéza „Medzi výsledkami denných a externých študentov v predmete Aritmetika nie je signifikantný rozdiel“, nakoľko pravdepodobnosť omylu bola 6%. Priemerná úspešnosť denných študentov v záverečnom teste z predmetu Celé, racionálne, reálne čísla bola 73,33% a externých študentov bola 70,81%. Použitím t-testu bola prijatá nulová hypotéza „Medzi výsledkami denných a externých študentov v predmete Celé, racionálne, reálne čísla nie je signifikantný rozdiel“, nakoľko pravdepodobnosť omylu bola 45%. Pripomeňme si, že študenti externej formy štúdia mali redukovaný počet kontaktných hodín približne na tretinu. Myslíme si, že blended learning im v značnej miere pomohol vymazať tento hendikep a dosiahnuť porovnateľné výsledky s dennými študentami.

Pokorný (2013c) sa zameriava na výskum efektívnosti interaktívnych prvkov obsiahnutých v e-kurze Celé, racionálne, reálne čísla. Uvedieme najvýznamnejšie závery výskumu, ktorý bol vykonaný počas troch rokov na vzorke 172 študentov, a ktorý preukázal, že interaktívne elementy môžu zvýšiť efektívnosť blended learningu.

V akademickom roku 2010/2011 13 denných a 27 externých študentov absolvovalo predmet Celé, racionálne, reálne čísla, ktorý bol po prvý raz vyučovaný blended learningom, avšak e-learningový kurz neobsahoval žiadne interaktívne prvky. Tento ročník sa stal kontrolnou skupinou. Následne v akademickom roku 2011/2012 30

denných a 32 externých študentov študovalo predmet pomocou blended learningu, pričom mali k dispozícii už aj e-kurz obohatený o 13 interaktívnych prvkov. O rok neskôr podobne študovalo 42 denných a 28 externých študentov. Tieto dva ročníky tvorili experimentálnu skupinu. V každom roku študenti absolvovali záverečný test, ktorý mal teoretickú a praktickú časť. Viaceré úlohy boli úzko spojené s vyššie spomínanými interaktívnymi prvkami. Pokorný analyzoval a porovnával úspešnosť študentov v úlohách viazaných na interaktívne prvky a vo zvyšku testu.

V akademickom roku 2010/2011 (kontrolná skupina) bola priemerná úspešnosť v úlohách viazaných na interaktívne prvky 73,70% a vo zvyšku testu 77,75%. Použitím t-testu autor preukázal signifikantný rozdiel v prospech zvyšku testu. V nasledujúcom roku (experimentálna skupina) bola priemerná úspešnosť v úlohách viazaných na interaktívne prvky 76,34% a vo zvyšku testu 69,93%. Použitím t-testu autor preukázal signifikantný rozdiel v prospech časti testu viazanej na interaktívne úlohy. Podobný výsledok bol dosiahnutý aj v experimentálnej skupine v akademickom roku 2012/2013, kedy bola priemerná úspešnosť v úlohách viazaných na interaktívne prvky 78,92% a vo zvyšku testu 66,29%.

Analýza výsledkov výskumu teda preukázala, že integrácia vhodných interaktívnych prvkov do e-learningového kurzu dokázala zlepšiť výslednú úroveň vedomostí študentov v predmete Celé, racionálne, reálne čísla. Tieto interaktívne prvky totiž prinútili študentov prejsť od pasívneho čítania matematického textu k aktívnemu riešeniu problémov. Hoci príprava interaktívnych prvkov je časovo, a tým i finančne náročná, ukázalo sa, že v tomto prípade bolo vhodné investovať energiu do prípravy interaktívnych prvkov.

Pokorný a Malatinská (2013) sa zaoberajú efektívnosťou využitia interaktívnych prvkov vo vyučovaní pozičných číselných sústav v rámci predmetu Aritmetika, pričom analyzujú svoje skúsenosti s použitím týchto interaktívnych prvkov vo vzdelávacom procese. Skúsenosti autorov s výučbou predmetu Aritmetika počas niekoľkých rokov umožnili vytypovať oblasti, ktoré sú pre študentov problémové. Jednou z nich je aj spôsob zápisu čísel v pozičných číselných sústavách s iným základom ako 10. Ešte problémovjšie sa javia algoritmy písomného sčítania, odčítania a násobenia v týchto sústavách. Preto bola vytvorená séria interaktívnych prvkov, ktoré sú zamerané na zápis čísla v pozičnej číselnej sústave a na algoritmy sčítania, odčítania a násobenia v pozičných číselných sústavách.

Zo skúseností autorov z vyučovania predmetu Aritmetika v minulých rokoch vyplývalo, že úspešnosť študentov v úlohách záverečného testu, ktoré sa týkali algoritmov sčítania, odčítania a násobenia v pozičných sústavách so základom rôznym od 10, bola výrazne nižšia ako úspešnosť pri riešení zvyšku testu. Preto autori štúdie v akademickom roku 2012/2013 upriamili pozornosť študentov na vyššie opísané interaktívne prvky, ktoré im mali pomôcť zvládnuť problematiku pozičných číselných sústav.

Experiment bol realizovaný na vzorke 42 študentov denného štúdia odboru Učiteľstvo pre primárne vzdelávanie, ktorí absolvovali v akademickom roku 2012/2013 povinný predmet Aritmetika. Zatiaľ čo priemerná úspešnosť študentov v záverečnom teste bola 77,7%, úspešnosť študentov v úlohách zameraných na pozičné sústavy bola 89,1%. Z výsledkov teda vyplýva, že úlohy zamerané na pozičné číselné sústavy dopadli omnoho lepšie ako zvyšok testu, čo je presne opačne, ako tomu bývalo v minulosti, keď študenti nemali k dispozícii interaktívne prvky na nácvik učiva o pozičných sústavách, z čoho vyplýva, že vyššie opísané interaktívne prvky výrazne zlepšujú pochopenie zápisu čísla a algoritmov sčítania, odčítania a násobenia v pozičných číselných sústavách a ich použitie vo vzdelávacom procese sa javí ako efektívne.

### **3.3 Blended learning vo vyučovaní matematických predmetov na TU**

Pokorný (2013a) analyzuje výsledky výskumu zameraného na efektívnosť blended learningu vo vyučovaní predmetu Diskrétna matematika. Tento predmet je určený pre študentov učiteľstva akademických predmetov v špecializáciách matematika a informatika. Uvedieme najdôležitejšie výsledky výskumu.

V akademickom roku 2012/2013 absolvovalo predmet Diskrétna matematika 32 študentov denného bakalárskeho štúdia v špecializácii informatika. Výučba bola realizovaná blended learningom s 36 kontaktnými hodinami výučby. Z dôvodu malej vzorky neboli rozdelení na kontrolnú a experimentálnu vzorku, ale výsledky z predmetu Diskrétna matematika boli porovnávané s výsledkami v inom matematickom predmete, ktorý títo študenti absolvovali, a to Matematika pre informatikov, ktorý sa vyučoval



tradičným spôsobom výučby. Výsledky boli porovnávané s výsledkami 15 študentov tej istej špecializácie, ktorí absolvovali oba predmety o rok skôr, teda v akademickom roku 2011/2012.

Priemerná úspešnosť študentov v záverečnom teste v akademickom roku 2012/2013 v predmete Diskrétna matematika bola 63,75%, zatiaľ čo v predchádzajúcom akademickom roku to bolo iba 49,66%. Pomocou nástrojov testovacej štatistiky bol preukázaný signifikantný rozdiel vo výsledkoch v prospech skupiny, ktorá študovala predmet kombináciou tradičnej metódy a e-learningu.

Keďže toto mohlo byť spôsobené aj faktom, že študenti z akademického roku 2012/2013 dosahujú lepšie výsledky, porovnali sa výsledky oboch skupín v predmete Matematika pre informatikov. V tomto predmete boli obe skupiny vyučované tradičnou formou. Priemerná úspešnosť študentov v záverečnom teste v akademickom roku 2012/2013 v predmete Matematika pre informatikov bola 55,93%, zatiaľ čo v predchádzajúcom akademickom roku to bolo 69,66%. Pomocou nástrojov testovacej štatistiky bol preukázaný signifikantný rozdiel vo výsledkoch v prospech skupiny z akademického roku 2011/2012, čo je v protiklade s výsledkami predmetu Diskrétna matematika.

Hoci bol výskum realizovaný na pomerne malej vzorke, preukázal, že zmena spôsobu výučby predmetu Diskrétna matematika z tradičnej formy na blended learning priniesla pozitívnu zmenu vo výsledných vedomostiach a výsledkoch študentov.

Výskum efektívnosti blended learningu v predmete Diskrétna matematika pokračoval aj v nasledujúcom akademickom roku, nakoľko tento predmet bol zaradený do projektu Racionalizácia vzdelávania na Trnavskej univerzite v Trnave. Mišút a Pokorný (2015) skúmajú efektívnosť blended learningu vo vyššie uvedenom predmete, pričom sa snažia odpovedať aj na otázku, či má vylepšenie e-learningového kurzu pozitívny vplyv na vedomosti študentov.

Priemerné skóre vo vstupnom teste v akademickom roku 2012/2013 bolo 11,52% a priemerné skóre vo výstupnom teste bolo 62,71% (do výskumu boli zapojení študenti učiteľstva akademických predmetov v špecializáciách matematika aj informatika). Je zrejmé, že skóre vo výstupnom teste je podstatne vyššie, čo vyplýva z povahy experimentu. Korelačný koeficient medzi výsledkami oboch testov je 0,27, z čoho vyplýva, že závislosť výsledkov oboch testov je veľmi malá.

Priemerné skóre vo vstupnom teste v akademickom roku 2013/2014 bolo 5,34% a priemerné skóre vo výstupnom teste bolo 57,91%. Korelačný koeficient medzi výsledkami oboch testov je 0,557, z čoho vyplýva mierna závislosť medzi výsledkami oboch testov.

Použitím nástrojov testovacej štatistiky autori preukázali signifikantný rozdiel vo výsledkoch vstupného testu v prospech študentov študujúcich v akademickom roku 2012/2013. Medzi výsledkami výstupného testu oboch sledovaných ročníkov neboli preukázané signifikantné rozdiely. Pre lepšie porozumenie autori porovnali aj vážené študijné priemery oboch ročníkov. V akademickom roku 2012/2013 mali študenti vážený študijný priemer 2,62, zatiaľ čo v nasledujúcom roku 2,57. Signifikantný rozdiel medzi priemerami sa nepreukázal.

V rámci projektu Racionalizácia vzdelávania na Trnavskej univerzite v Trnave boli zisťované aj názory študentov na výučbu realizovanú blended learningom. Hlavné závery vyplývajúce z odpovedí týkajúcich sa vyučovania predmetu Diskrétna matematika sú:

- väčšina študentov vedela, ktoré témy a v akom rozsahu je potrebné naštudovať,
- študenti považujú učebný text za zrozumiteľný,
- pre väčšinu študentov neobsahoval učebný text informácie, ktorým by neporozumeli,
- podľa väčšiny študentov ilustračný materiál v učebných textoch pomáha lepšie pochopiť učivo,
- väčšina študentov uviedla, že autotesty im poskytnú dobrú spätnú väzbu,
- študenti považujú komunikáciu lektora za zrozumiteľnú a na komunikáciu využívajú rôzne možnosti, študenti považujú komunikáciu s lektorom za dostatočnú,
- študenti považujú za dôležitú aj komunikáciu so spolužiakmi,
- drvivá väčšina študentov preferuje pri komunikácii s lektorom osobný kontakt, avšak pri individuálnom štúdiu z elektronických materiálov väčšine tento kontakt nechýbal,
- študenti považujú prístup k študijným materiálom za pohodlný,

- až polovici študentov vyhovuje elektronické vzdelávanie viac ako klasické prezenčné,
- väčšina študentov si myslí, že štúdiom z elektronických materiálov ušetrilo veľa času,
- študenti sa vyjadрили, že mali dostatočný priestor na pochopenie učiva,
- iba necelá štvrtina študentov mala pri štúdiu e-kurzov technické problémy,
- väčšina študentov súhlasí s tvrdením, že štúdiom e-kurzu ušetrili finančné náklady,
- väčšina študentov nemala problémy s navigáciou v e-kurze a s hľadaním informácií v ňom,
- iba štvrtine študentov vyhovuje skúšanie prostredníctvom elektronických testov,
- viac ako tri štvrtiny študentov si myslí, že získané hodnotenie z predmetu Diskrétna matematika je objektívne.

Pokorný (2012) skúmal efektívnosť blended learningu vo vyučovaní predmetu Logika, množiny, relácie, ktorý je povinne voliteľným predmetom pre študentov bakalárskeho študijného programu Predškolská a elementárna pedagogika. Uvedieme hlavné výsledky tejto štúdie.

Predtým, ako začala výučba predmetu Logika, množiny, relácie prostredníctvom blended learning, prebiehala klasickým spôsobom s 24 kontaktnými hodinami s vyučujúcim. Po prechode na blended learning bol počet kontaktných hodín znížený na tretinu. Štúdia skúma, či takáto zásadná redukcia kontaktných hodín bude mať negatívny vplyv na výsledné vedomosti študentov.

V akademickom roku 2011/2012 sa uskutočnil experiment na vzorke 71 denných a 79 externých študentov študijného programu Predškolská a elementárna pedagogika. Na konci semestra študenti písali záverečný test pozostávajúci z dvoch častí. Prvá časť sa týkala logiky a množín, druhá binárnych relácií. Zo 150 študentov iba jeden denný a jeden externý študent neuspeli v záverečnom teste, z čoho jasne vyplýva, že väčšina študentov dokáže študovať prostredníctvom kombinácie redukovaného počtu kontaktných hodín s vyučujúcim a e-learningových kurzov. Výrazná redukcia kontaktných hodín teda nemala negatívny vplyv na schopnosť študentov uspieť v záverečnom teste.

Štúdiá porovnávala aj výsledky denných a externých študentov. Priemerná úspešnosť denných študentov v záverečnom teste bola 70,56% a priemerná úspešnosť externých študentov bola 68,78%. Použitím t-testu sa nepreukázal signifikantný rozdiel v úspešnosti študentov denného a externého štúdia. Ukázalo sa teda, že pri takto zvolenom spôsobe výučby predmetu nie sú výrazné rozdiely vo vedomostiach denných a externých študentov.

Híc a Pokorný (2013) skúmali efektívnosť blended learningu vo vyučovaní predmetu Základy štatistického spracovania údajov, ktorý je povinným predmetom pre študentov magisterského študijného programu Sociálna pedagogika a vychovávateľstvo. Uvedieme hlavné výsledky tejto štúdie.

Autori analyzujú výsledky výskumu, ktorý sa uskutočnil na vzorke 112 študentov vyššie uvedeného študijného programu, z ktorých 44 študentov bolo denných a 68 externých. Predtým, ako začala výučba predmetu Základy štatistického spracovania údajov prostredníctvom blended learningu, prebiehala klasickým spôsobom s 36 kontaktnými hodinami s vyučujúcim. V akademickom roku 2011/2012 sa uskutočnil experiment, v rámci ktorého študenti mali redukovaný počet kontaktných hodín s vyučujúcim na tretinu. Štúdiá skúma, či takáto zásadná redukcia kontaktných hodín bude mať negatívny vplyv na výsledné vedomosti študentov.

Na konci semestra študenti absolvovali záverečný test. Prvým pozitívnym výsledkom bolo, že všetkých 112 študentov uspelo v záverečnom teste. Takže výrazná redukcia kontaktných hodín nemala negatívny vplyv na schopnosť študentov uspieť v záverečnom teste.

Nakoľko na mnohých univerzitách pozorujeme výrazný rozdiel vo vedomostiach denných a externých študentov, autori štúdie porovnali ich výsledky dosiahnuté v tomto predmete. Najskôr sa zamerali na teoretickú časť záverečného testu. Priemerná úspešnosť denných študentov v tejto časti bola 60,97% a priemerná úspešnosť externých študentov v tejto časti bola 58,93%. Použitím t-testu sa nepreukázal signifikantný rozdiel v úspešnosti študentov denného a externého štúdia v teoretickej časti testu. Priemerná úspešnosť denných študentov v praktickej časti testu bola 83,75% a priemerná úspešnosť externých študentov v tejto časti bola 82,56%. Použitím t-testu sa nepreukázal signifikantný rozdiel v úspešnosti študentov denného a externého štúdia

ani v praktickej časti testu. Ukázalo sa teda, že pri takto zvolenom spôsobe výučby predmetu nie sú výrazné rozdiely vo vedomostiach denných a externých študentov.

### **3.4 Skúsenosti s použitím elektronických vzdelávacích materiálov vo vyučovaní matematiky na základnej škole**

Ako sme už spomenuli v druhej kapitole, okrem e-learningových kurzov určených pre študentov Pedagogickej fakulty Trnavskej univerzity sme v rámci riešenia projektu KEGA 010UMB-4/2011 s názvom „Tvorba elektronických kurzov z matematiky pre žiakov základných škôl a prvých 4 ročníkov osemročných gymnázií“ vytvorili päť elektronických kurzov určených pre žiakov základných škôl. E-kurzy pokrývajú oblasť kombinatoriky, lineárnych rovníc a ich sústav, percent, trojuholníkov a ich vlastností, objemov a povrchov telies.

Sú aj žiaci slovenských základných škôl pripravení vzdelávať sa prostredníctvom moderných technológií? Podľa NUCEM (2013) v roku 2012 len 43% učiteľov využívalo počítače pravidelne vo vyučovacom procese (hoci je to mierny nárast oproti roku 2009, kedy ich pravidelne využívalo 38% učiteľov). Podľa údajov Eurostat-u malo v roku 2012 pripojenie k internetu 75% slovenských domácností. Ako vyplýva zo štúdie NUCEM (2013), žiaci Slovenskej republiky v štúdiu ICILS 2013, ktorá zisťovala úroveň vzdelávania žiakov v oblasti počítačovej a informačnej gramotnosti v jednotlivých krajinách, dosiahli priemerné skóre 517 bodov a zaradili sa tak na 7. miesto s výsledkom významne vyšším v porovnaní s priemerom štúdie ICILS (500 bodov). Českí žiaci skončili dokonca na prvom mieste s počtom bodov 553. Približne 70 % žiakov SR zapojených do štúdie ICILS uvádza, že používajú počítač najmenej 5 rokov, iba 3% našich žiakov používa počítač menej ako 1 rok. Doma používa počítač najmenej raz týždenne približne 95%, v škole 77% a na iných miestach (napr. knižnica, internetová kaviareň) 12% slovenských žiakov. 35% žiakov používa počítač v škole na vypracovanie pracovných listov alebo cvičení, 30% na vypracovanie testov. V mimoškolskom čase 14% žiakov používa výučbový softvér. Z uvedených informácií vyplýva, že slovenskí žiaci sú dobre technicky pripravení na vzdelávanie s podporou moderných technológií.

Výskumu efektívnosti použitia vyššie uvedených e-kurzov ako doplnkového študijného materiálu sa vo svojej dizertačnej práci venovala Malatinská (2015), pričom sa sústredila najmä na interaktívne prvky, nakoľko práve tieto odlišujú vytvorené e-kurzy od tlačенých materiálov. V práci autorka skúmala, okrem iného, odpovede na nasledujúce dve otázky:

O1: Možno prácou s interaktívnymi pracovnými listami a prostredníctvom použitia týchto pracovných listov priamo vo vzdelávacom procese aj mimo neho zvýšiť úroveň vedomostí a zručností žiakov?

O2: Zlepšuje práca s interaktívnymi pracovnými listami postoje žiakov k matematike?

V apríli 2014 Malatinská oslovila štátne základné školy v Trnavskom kraji a získala možnosť otestovať efektívnosť interaktívnych pracovných listov na dvoch školách. Získala tým výskumný súbor zložený z troch experimentálnych a troch kontrolných skupín. V tomto výskumnom súbore boli dve triedy siedmeho ročníka, dve triedy ôsmeho ročníka a dve triedy deviategého ročníka. Jedna trieda z každého ročníka bola experimentálna a jedna kontrolná. Experimentálna skupina používala pri výučbe aj interaktívne pracovné listy používané v škole na počítačoch a pri domácej príprave, pričom kontrolná skupina sa učila klasickým spôsobom. Žiakom experimentálnej skupiny boli interaktívne pracovné listy aplikované počas celého prvého polroka školského roku 2014/2015. Netýkali sa preto iba jednej konkrétnej témy, ale rôznych tematických celkov preberaných počas celého tohto obdobia.

Pri otázke O1 Malatinská použila vstupný a výstupný test a ich výsledky spracovala nástrojmi opisnej a testovacej štatistiky. Pri otázke O2 týkajúcej sa postojov žiakov k matematike vychádzala Malatinská z dotazníka od De Corde a Op't Eynde, ktorí v roku 2002 vytvorili na základe štúdie zaoberajúcej sa štruktúrou postojov žiakov k matematike a k riešeniu matematických problémov dotazník postojov k matematike, ktorý obsahuje 58 otázok, ktoré sú vyhodnocované 6-bodovou Likertovou škálou od 1 (silne nesúhlasím) po 6 (silne súhlasím). Prvýkrát bol tento dotazník použitý na vzorke 365 flámskych študentov vo veku 14 rokov (de Corte a Op't Eynde, 2002).

Hlavné výsledky zhrnula Malatinská (2015) nasledovne:

1. U žiakov 7. a 8. ročníka sme medzi výsledkami vstupnej a polročnej previerky v experimentálnych skupinách preukázali zlepšenie, pričom v kontrolných skupinách sme nepreukázali významný rozdiel. U týchto žiakov sme aj medzi

postojmi na začiatku školského roka a na pol roka v experimentálnych skupinách preukázali signifikantný rozdiel, teda ich postoje sa za pol roka zlepšili. Postoje žiakov kontrolnej skupiny sa za toto obdobie významne nezmenili, prípadne sa za toto obdobie dokonca zhoršili.

2. U žiakov 9. ročníka sme medzi výsledkami vstupnej a polročnej previerky nepreukázali zlepšenie ani v experimentálnej ani v kontrolnej skupine. Rovnako sme nepreukázali v týchto skupinách signifikantný rozdiel medzi postojmi na začiatku školského roka a na pol roka, čiže postoje žiakov sa za pol roka významne nezmenili.

Hoci zo štúdie Malatinskej (2015) nevyplýva jednoznačný záver o zlepšení výsledkov žiakov ani o zlepšení ich postojov k matematike, dosiahnuté výsledky naznačujú pozitívny vplyv interaktívnych pracovných listov na vedomosti žiakov, ako aj na ich vzťah k matematike. Aby sme dosiahli jednoznačné stanovisko, bolo by potrebné v danom výskume pokračovať aj v budúcnosti, a to na väčšej vzorke žiakov a škôl.

Je všeobecne známe, že na Internete nájdeme obrovské množstvo rôznych aplikácií, ktoré sú určené pre použitie na hodinách matematiky, či už v kombinácii s interaktívnou tabuľou alebo s PC. Prečo teda používať pri vyučovaní aj tie naše? Pokorný a Híc (2015a) uvádzajú na to tieto dôvody:

1. Všetky interaktívne úlohy sú vhodné pre žiakov druhého stupňa základných škôl. Svojim obsahom korešpondujú s požiadavkami na vedomosti a zručnosti stanovenými v dokumente „Štátny vzdelávací program Matematika (Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami) Príloha ISCED 2“.
2. Všetky interaktívne úlohy sú v slovenskom jazyku, takže u žiakov nenastáva žiadna jazyková bariéra.
3. Všetky interaktívne úlohy sú veľmi jednoducho ovládateľné, takže žiaci nemajú s ovládaním žiadne problémy.
4. Ovládanie všetkých aplikácií má jednotný systém.
5. Mnohé z aplikácií sú plne ovládateľné myšou bez potreby ovládania klávesnicou, takže sú pohodlne ovládateľné aj dotykcom na interaktívnej tabuli.

6. Aplikácie poskytujú pomerne rozsiahlu spätnú väzbu o správnosti a úplnosti riešenia, pričom rozlišujú najmä prípady úplne správneho riešenia, správneho riešenia, ktoré nie je úplné, ako aj kontrolu duplicitných čiastočných riešení či nesprávnych čiastočných riešení, pričom podporujú všetky možnosti nájdania správneho riešenia. Týmto sa líšia od drvivej väčšiny aplikácií dostupných na Internete, ktoré buď iba ukážu správne riešenie, alebo ho kontrolujú formou áno/nie či dokonca ho nekontrolujú vôbec.

Využitelnosť vyššie uvedených e-learningových kurzov pre žiakov základných škôl vidia Pokorný a Híc (2015a) najmä v nasledujúcich rovinách:

1. Žiaci majú k dispozícii kvalitný vzdelávací materiál pokrývajúci celý tematický celok.
2. Učiteľ môže teóriu z e-kurzu použiť pri vysvetľovaní priamo na interaktívnej tabuli. Pri použití interaktívnych aplikácií v kombinácii s interaktívnou tabuľou môže vysvetliť a predviesť žiakom systematické riešenia úloh v prítlačivej grafickej podobe.
3. Testy z e-kurzov môže učiteľ použiť na testovanie žiakov.
4. Testy z e-kurzov môžu žiaci používať pri domácej príprave na vyučovanie i pri príprave na Testovanie 9 či maturitnú skúšku.
5. V prípade zastupovanej hodiny možno žiakov vziať do počítačovej miestnosti a nechať ich pracovať s interaktívnymi programami alebo riešiť testy.
6. Ak má žiak s kombinatorikou problém, môže riešiť interaktívne úlohy samostatne doma alebo v rámci školského klubu detí či krúžkovej činnosti.
7. Ak je žiak dlhodobo chorý, e-kurz mu môže pomôcť rýchlejšie dohnať učivo, nakoľko si ho môže študovať doma.
8. Testy stupňovanej náročnosti dovoľia učiteľovi pracovať so žiakmi individuálne. Napríklad nadaní žiaci môžu riešiť náročnejší variant, kým slabší žiaci jednoduchší. Takto môžu zažiť úspech aj slabší žiaci.

V ďalšej štúdii sa Pokorný a Híc (2015c) zasa venujú využitiu vyššie uvedených e-learningových kurzov v motivácii žiakov vo vyučovaní matematiky. Ich význam vidia najmä v nasledujúcich rovinách:

1. Aktívne riešenie úloh. Pri klasicky vedenej vyučovacej hodine matematiky riešime úlohy na tabuli. Jeden zo žiakov (ten pri tabuli) je pri riešení aktívny. Časť triedy si však



len odpisuje riešenie z tabule. Ak však posadíme žiakov k počítačom a necháme ich pracovať s interaktívnymi prvkami, sú aktívni všetci. Každý žiak má vygenerované vlastné úlohy, navyše s rôznymi číslami, takže pravdepodobnosť, že dvaja žiaci, ktorí sedia vedľa seba, majú na monitore rovnakú úlohu, je takmer nulová. Ak žiak pozná správnu odpoveď, zadá ju do políčka a pokračuje riešením ďalšej úlohy. Ak ju však nepozná, program sa ho snaží naviesť na správne riešenie úlohy. Takto umožníme každému žiakovi zažiť radosť z objavy, poskytneme mu možnosť objavy vlastného riešenia. Navyše, učiteľ má prehľad o tom, koľko úloh ktorý žiak vyriešil.

2. Práca s nadanými žiakmi. V súčasnosti je preferovaná integrovaná výučba, pri ktorej sú spoločne v jednej triede žiaci so špeciálnymi vzdelávacími potrebami i nadpriemerne nadaní žiaci. Pre učiteľa je takýto spôsob výučby pomerne náročný. Navyše, nie je možné, aby sa v danom okamihu plnohodnotne venoval všetkým žiakom podľa ich individuálnych požiadaviek. Nadaní žiaci sa môžu pri riešení pre nich jednoduchých úloh cítiť znudene, čo negatívne vplýva na ich postoj k matematike. Možnosti využitia našich elektronických kurzov pre nadaných žiakov vidíme v dvoch podobách. Po prvé, nadaní žiaci môžu pracovať s náročnejšími interaktívnymi úlohami ako zvyšok triedy. Po druhé, pretože každý z vyššie spomenutých elektronických kurzov obsahuje sériu testov stupňovanej náročnosti, je možné nechať pracovať nadaných žiakov so zložitejšími úlohami ako zvyšok triedy, čím každý zo žiakov môže zažiť radosť z úspechu.

3. Zlepšenie sebahodnotenia žiaka. Pretože každý z e-kurzov obsahuje dve série testov, myslíme si, že tieto testy prispievajú k lepšiemu sebahodnoteniu žiakov a poskytujú im reálny obraz o úrovni ich vedomostí a zručností.

Napokon, vybrané interaktívne prvky z e-kurzu Kombinatorika sme upravili a rozšírili tak, aby boli vhodné pre použitie na hodinách matematiky na prvom stupni ZŠ. Vytvorili sme tak zbierku pozostávajúcu z 33 elektronických interaktívnych úloh z oblasti kombinatoriky, ktorá je verejne dostupná na adrese [http://pdf.truni.sk/pokorny/rozvoj\\_kombinatorickeho\\_myslenia/](http://pdf.truni.sk/pokorny/rozvoj_kombinatorickeho_myslenia/). Pokorný a Híc (2015b) zhrnuli hlavné pozitíva vytvorenej zbierky nasledovne:

1. Všetky interaktívne úlohy sú vhodné pre deti vo veku 6-10 rokov a svojim obsahom korešpondujú s požiadavkami na vedomosti a zručnosti stanovenými v dokumente

„Štátny vzdelávací program Matematika (Vzdelávacia oblasť: Matematika a práca s informáciami) Príloha ISCED 1“.

2. Úlohy sú rozdelené do troch úrovní obtiažnosti. Takto je možné pristupovať k vyučovaniu žiakov individuálne podľa ich schopností.

3. Všetky interaktívne úlohy sú v slovenskom jazyku, takže u žiakov nenastáva žiadna jazyková bariéra.

4. Všetky interaktívne úlohy sú veľmi jednoducho ovládateľné, takže ani žiaci prvého stupňa nemajú s ovládaním žiadne problémy. Navyiac, ovládanie všetkých aplikácií má jednotný systém, takže nestrátime veľa času vysvetľovaním, ako majú žiaci pracovať s aplikáciami.

5. Žiaci si rozvíjajú kombinatorické myslenie v príjemnom grafickom prostredí.

6. Všetky aplikácie poskytujú pomerne rozsiahlu spätnú väzbu o správnosti a úplnosti riešenia, pričom rozlišujú najmä prípady úplne správneho riešenia, správneho riešenia, ktoré nie je úplné, ako aj kontrolu duplicitných čiastočných riešení či nesprávnych čiastočných riešení, pričom podporuje všetky možnosti nájdenia správneho riešenia (väčšina aplikácií dostupných na Internete totiž buď iba ukáže správne riešenie alebo ho kontroluje formou áno/nie).

7. Väčšina z aplikácií je plne ovládateľná myšou bez potreby ovládania klávesnicou, takže sú pohodlne ovládateľné aj dotykom na interaktívnej tabuli.

8. Aplikácie sú vhodné na použitie počas vyučovacej hodiny v kombinácii s interaktívnou tabuľou, ale najmä na samostatné riešenie úloh žiakmi na PC, a to najmä mimo vyučovacích hodín (školský klub detí, domáca príprava na vyučovanie).

9. Na školách sú k dispozícii staršie i novšie počítače s rôznymi verziami operačného systému Windows. Preto je každá z úloh vo formáte spustiteľného súboru s príponou exe, aby ju bolo možné spustiť bez nutnosti ďalších inštalácií. Navyiac, takýto súbor možno spustiť na PC v kombinácii s rôznymi typmi interaktívnych tabuľ a potom ovládať dotykom.

10. Úlohy je možné si stiahnuť do počítača a potom s nimi pracovať aj bez pripojenia na Internet. Taktiež je možné tieto súbory nahráť na pamäťové médium a tak jednoducho prenášať na iné počítače.

## 3.5 Zhrnutie

V predchádzajúcej časti tejto kapitoly sme podrobne opísali výsledky overovania e-learningových kurzov, ktoré sme nadobudli najmä počas dvanástich rokov používania e-learningových kurzov vo vyučovaní matematických predmetov na Pedagogickej fakulte Trnavskej univerzity, pričom sme sa zamerali najmä na skúsenosti z ostatných štyroch rokov.

Z výskumov, ktoré sme vykonali, jednoznačne vyplýva, že:

1. Kombinovaná forma tradičného vyučovania a e-learningových kurzov, označovaná ako blended learning, predstavuje vhodnú alternatívu ku klasickej forme výučby, ktorá dokáže zefektívniť vzdelávací proces.
2. Takáto forma výučby dokáže výrazne zredukovať počet kontaktných hodín s vyučujúcim bez výrazne negatívnych dôsledkov na vedomosti študentov.
3. Takáto forma výučby je obzvlášť užitočná pre študentov externej formy štúdia, ktorí majú výrazne redukovaný počet kontaktných hodín s vyučujúcim. Navyiac, jej použitie znižuje rozdiely medzi vedomosťami denných a externých študentov.

Hoci príprava a výroba kvalitných e-learningových kurzov je veľmi náročný proces, myslíme si, že sa oplatí do neho investovať, nakoľko prináša dobré výsledky v praxi. Preto chceme na Pedagogickej fakulte Trnavskej univerzity a na Univerzite Mateja Bela naďalej pripravovať nové e-learningové matematické kurzy.

## ZÁVER

Predložená vedecká monografia sa venuje efektívnemu využitiu e-learningových kurzov vo vyučovaní matematických predmetov najmä v príprave budúcich učiteľov na prvom stupni základných škôl a budúcich učiteľov matematiky na druhom stupni základných škôl a na stredných školách.

Prvá kapitola prináša čitateľovi teoretické východiská pre spracovanie vyššie uvedenej témy. Čitateľ tu nájde stručnú a výstižnú charakteristiku e-learningu a blended learningu, ktorý predstavuje kombináciu tradičnej formy vyučovania v triede a vyučovania prostredníctvom e-learningových kurzov. Taktiež sú tu sumarizované špecifiká tvorby e-learningových kurzov so špeciálnym dôrazom na interaktivitu vzdelávacích materiálov.

Druhá kapitola poskytuje čitateľovi prehľad o e-learningových kurzoch, ktoré sú efektívne využívané vo vyučovaní matematických predmetov na Trnavskej univerzite a na Univerzite Mateja Bela v kombinácii s tradičnými metódami výučby. Význam blended learningu v príprave budúcich učiteľov matematiky a učiteľov prvého stupňa základných škôl spočíva nielen v tom, že študenti dosahujú lepšie výsledky, ale aj v tom, že počas svojho štúdia zažijú spôsob, ako efektívne využívať moderné technológie vo vzdelávacom procese, vďaka čomu sú pripravení efektívne využívať moderné technológie aj vo svojej učiteľskej praxi.

Každý nový prístup k vyučovaniu má svojich obhajcov. Má však taktiež oponentov, ktorí sú oveľa viac kritickí ako tí, ktorí s nadšením podporujú nové metódy. V odbornej literatúre je použitie moderných technológií vo vzdelávaní diskutované z oboch pohľadov. Autori mnohých štúdií ich použitie považujú za vysoko efektívne, zatiaľ čo autori iných štúdií tvrdia, že efekt nie je dostatočne významný. To nás viedlo k uskutočneniu výskumu, ktorý bol realizovaný najmä počas ostatných štyroch rokov na vzorke niekoľko stoviek študentov učiteľstva pre primárne vzdelávanie a učiteľstva akademických predmetov. Realizovaný výskum bol zameraný na efektívnosť využívania moderných informačných a komunikačných technológií vo vzdelávacom procese, najmä vo vyučovaní matematických predmetov. Tretia kapitola prináša sumarizujúci pohľad na výsledky tohto výskumu, ktoré boli parciálne prezentované na medzinárodných vedeckých podujatiach a publikované v zborníkoch z týchto podujatí,

ktoré sú evidované v medzinárodných databázach. Výsledky výskumu preukázali vysoký potenciál blended learningu zefektívniť vyučovanie matematiky, a to najmä u študentov externého štúdia, ktorí majú výrazne redukovaný počet kontaktných hodín s pedagógom, a preto táto moderná forma vyučovania matematiky oveľa lepšie reflektuje ich potreby.

# LITERATÚRA

- [1] Bargagliotti, A., Botelho, F., Gleason, J., Haddock, J., Windsor, A. (2012) The Effectiveness of Blended Instruction in Core Postsecondary Mathematics Courses. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 19(3), 83-94.
- [2] van Braak, J. (2001) Factors influencing the use of computer mediated communication by teachers in secondary schools. *Computers & Education*, 31(1), 41-57.
- [3] Bérešová, J., Pokorný, M., Peterková, V., Híc, P. (2015) The Impact of Blended Learning on Learning Efficiency. *Information, Communication and Education Application, Advances in Education Research*. In print.
- [4] Brown, R. (2003) Blending learning: rich experiences from a rich picture. *Training and Development in Australia*, 30 (3), 14-17.
- [5] Clark, R. C., Mayer, R. E. (2003) *E-Learning and the Science of Instruction*. Pfeiffer, 2003. ISBN 0-7879-6051-9
- [6] de Corte, E., Op 't Eynde, P. (2002) Unraveling Students' Belief Systems Relating to Mathematics Learning and Problem Solving. Belgium: University of Leuven, Center for Instructional Psychology and Technology. Dostupné na <<http://math.unipa.it/~grim/SiDeCorte.PDF>>
- [7] Černek, P. (2013) *Algebra 1*. Trnava: Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity v Trnave, 80 s. ISBN 978-80-8082-679-6
- [8] Fikar, M., Malíková, L., Staronová, K., Vávrová, L., Beblavá, E., Cirka, L., Bajúszová, Z., Halák, P., Hanout, Z. (2012) *Výskum potrieb a možností online vzdelávania verejnej správy v stredoeurópskom kontexte a príručka pre lektorov Moodle 2*. FSEV UK, Bratislava, ISBN 978-80-970360-3-4
- [9] Fisher, S. (2003) Into the mix: the right blend for better learning. *Training and Development in Australia* 30 (3), 11-13.
- [10] Folta, J., Nový, E. (1979) *Dějiny přírodních věd v datech*. Praha: Mladá fronta.
- [11] Gregory, S. J., Trapani, G. (2012) A Blended Learning Approach to Laboratory Preparation. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education* 20 (1), 57-70. Dostupné na

<<http://openjournals.library.usyd.edu.au/index.php/CAL/article/view/6650/7296>  
>

- [12] Híc, P. (2012) Blended Learning in Arithmetic Teaching. *ICETA 2012, 10th IEEE International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications*, Košice, pp. 127-130.
- [13] Híc, P. (2013) *Aritmetika*. Trnava: PdF TU. ISBN 978-80-8082-612-3
- [14] Híc, P., Pokorný, M. (2011) Blended Learning as an Efficient Tool in Mathematics Teaching. *XXIV Didmattech 2011 Problems in Teachers Education*, Instytut Techniki UP, Kraków 2011, s. 188-193. ISBN 978-83-7271-679-8
- [15] Híc, P., Pokorný, M. (2012) Interaktívne prvky v e-learningovom kurze Aritmetika. *Matematika 5*, UP, Olomouc, 2012, s. 84-88. ISBN 978-80-244-3048-5, ISSN 0862-9765
- [16] Híc, P., Pokorný, M. (2013) Efficiency of Blended Learning in Basics of Statistics Teaching. *Didactica Slovenica Pedagoška Obzorja*, Volume 28, 3-4, 2013, s. 184-192. ISSN 0353-1392
- [17] Horváth, R., Mišút, M. (2005) The New Improvements of E-learning System at Trnava University. *ICETA 2005 – 4th International Conference on Emerging Telecommunications Technologies and Applications*. Košice. p. 157-160.
- [18] Cheung, A. C., Slavin, R. E. (2013) The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K-12 classrooms: a meta-analysis. *Educational Research Review*, 9, 88–113.
- [19] Kashefi, H., Ismail, Z., Yusof, Y. M., Rahman, R. A. (2012) Supporting Students Mathematical Thinking in the Learning of Two-Variable Functions Through Blended Learning. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46, 3689-3695. doi: 10.1016/j.sbspro.2012.06.128
- [20] Klenovčan, P. (2004) Příprava budúcich učiteľov 1. stupňa ZŠ s podporou Internetu. *Zborník Cesty (k) poznávaní v matematice primární školy*, Olomouc, pp. 139–141.
- [21] Lilje, O., Peat, M. (2010) Teaching Human Biology to Large First Year Classes: an eLearning Journey for Students and Staff. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education* 18 (2), 21-31. Dostupné na <<http://openjournals.library.usyd.edu.au/index.php/CAL/article/view/4701/5481>>

- [22] Malatinská, S. (2015) *Interaktívne pracovné listy pre počítačom podporované vyučovanie matematiky na základných školách*. Dizertačná práca. Trnavská univerzita v Trnave.
- [23] Mišút, M., Pokorný, M. (2015) Does ICT Improve the Efficiency of Learning? *Procedia – Social and Behavioral Sciences* 177, 306-311. ISSN 1877-0428, doi:10.1016/j.sbspro.2015.02.346
- [24] MŠVVaŠ SR (2013) *DIGIPEDIA 2020 Konceptia informatizácie rezortu školstva s výhľadom do roku 2020* [online], Ministerstvo školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky, Dostupné na <<http://www.minedu.sk/data/att/4796.pdf> >
- [25] NUCEM (2013) ICILS 2013 *Prvé výsledky medzinárodného výskumu z pohľadu Slovenska, alebo ... ako dobre sú žiaci pripravení na štúdium, prácu a život v ére informačných technológií ...*, Dostupné na <[http://www.nucem.sk/documents/27/medzinarodne\\_merania/icils/publikacie/ine/Krátka\\_správa.pdf](http://www.nucem.sk/documents/27/medzinarodne_merania/icils/publikacie/ine/Krátka_správa.pdf)>
- [26] Mišútová, M. (2009) New education technology in mathematics. *Trends in education 2009: Information technologies and technical education*, vol. 1 and 2, pp. 510-513.
- [27] Own, Z. (2010) The application of an adaptive web-based learning environment on oxidation–reduction reactions. *International Journal of Science and Mathematics Education* 8, (1), 1-23. Dostupné na <<http://eric.ed.gov/?id=EJ869662>>
- [28] Partová, E. (2013) *Primárne matematické vzdelávanie 1*. Trnava: Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity v Trnave. ISBN 978-80-8082-686-4
- [29] Pokorný, M. (2011) *E-learningové kurzy ako efektívny nástroj vo vyučovaní matematických predmetov na PdF TU*. Praha, powerprint. ISBN 978-80-87415-25-2
- [30] Pokorný, M. (2012) *Diskrétna matematika*. On-line kurz, 2012, Trnava. ISBN 978-80-8082-569-0
- [31] Pokorný, M. (2012) Efficiency of Blended Learning in Teaching Logic, Sets and Binary Relations. *ICETA 2012, 10th IEEE International Conference on Emerging eLearning Technologies and Applications*. Košice, TU, 2012, s. 301-305. ISBN 978-1-4673-5123-2.



- [32] Pokorný, M. (2013) Blended Learning as an Efficient Method for Discrete Mathematics Teaching. *Advances in Education Sciences*, Vol. 1 (2013), s. 249-252. ISBN 978-981-07-5946-9, ISSN 2339-5141
- [33] Pokorný, M. (2013) *Celé, racionálne a reálne čísla*. Trnava: PdF TU, 2013. ISBN 978-80-8082-611-6.
- [34] Pokorný, M. (2013) Interactive Elements Can Increase the Efficiency of e-learning Course. *Information, Communication and Education Application, Advances in Education Research*, Volume 30, 2013, s. 173-178. ISSN 2160-1070, ISBN 978-1-61275-056-9
- [35] Pokorný, M. (2014) Interactive materials for teaching mathematics. *DisCo 2014, Media literacy education from pupils to lifelong learning*. Praha, s. 244-251. ISBN 978-80-86302-45-4
- [36] Pokorný, M., Híc, P. (2015) E-learningový kurz pre vyučovanie kombinatoriky. Zasláné do tlače.
- [37] Pokorný, M., Híc, P. (2015) Interaktívne prvky pre rozvoj kombinatorického myslenia na prvom stupni ZŠ. *Studia Scientifica Facultatis Paedagogicae Universitatis Catholica Ružomberok*, Roč. 14 , č. 2, s. 190-194. ISSN 1336-2232
- [38] Pokorný, M., Híc, P. (2015) O možnostiach využitia IKT v motivácii žiakov vo vyučovaní matematiky. Zasláné do tlače.
- [39] Pokorný, M., Malatinská, S. (2103) Interaktívne prvky vo vyučovaní pozičných číselných sústav. *Matematika v primárnej škole, rôzne cesty, rovnaké ciele*. Prešovská univerzita, Prešov, 2013, s. 181-185. ISBN 978-80-555-0765-1
- [40] Pokorný, M., Malatinská, S., Híc, P. Blended learning can improve the results of students in mathematics. Zasláné do tlače
- [41] Pyzdrowski, L. J., Butler, M. B., Walker, V. L., Pyzdrowski, A. S., Mays, M. E. (2011) Exploring the Feasibility of Dual-Credit Mathematics Courses in High School via a Web-Enhanced, Blended Model. *The Journal of General Education*, 60(1), 43-60.
- [42] Rajini, R., Tiwary, A., Ganapathy, R. (2011) A Blended Training Model to Improve Learning Outcome of IT Professionals in Scripting Languages. *Paper presented at the Proceedings of the 2011 IEEE International Conference on Technology for Education*.

- [43] Ramakrisnan, P., Yahya, Y. B., Hasrol, M. N. H., Aziz, A. A. (2012) Blended Learning: A Suitable Framework for E-Learning in Higher Education. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 67, 513-526.  
doi:10.1016/j.sbspro.2012.11.356
- [44] Tavangarian, D., Leybold, M. E., Nölting, K., Röser, M., Voigt, D. (2004) Is e-Learning the Solution for Individual Learning? *Electronic Journal of e-Learning*, Volume 2, Issue 2, 273-280. ISSN 1479-4403
- [45] Thorne, K. (2003). *Blended learning: how to integrate online and traditional*. London: Kogan Page. Dostupné na <[http://www.uady.mx/~contadur/section/articulos/libros\\_online/ambientesvirt/KoganPage2003BlendedLearningHowtoIntegrateOnlineandTraditionalLearning2.pdf](http://www.uady.mx/~contadur/section/articulos/libros_online/ambientesvirt/KoganPage2003BlendedLearningHowtoIntegrateOnlineandTraditionalLearning2.pdf)>
- [46] Vranková, E. (2013) *Geometria 2 – Analytická geometria lineárnych útvarov*. Trnava: Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity v Trnave, 94 s. ISBN 978-80-8082-681-9
- [47] Židek, O. (2013) *Geometrické modelovanie a priestorová predstavivosť*. Trnava: Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity v Trnave. ISBN 978-80-8082-605-5
- [48] Židek, O. (2013) *Primárne matematické vzdelávanie 2*. Trnava: Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity v Trnave. ISBN 978-80-8082-604-8
- [49] Žilková, K. (2013) *Geometria*. Trnava: Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity v Trnave. ISBN 978-80-8082-689-5
- [50] Žilková, K. (2007) Interaktívne prostredie v perspektívach vzdelávania. *Acta Facultatis Paedagogicae Universitatis Tyrnaviensis: Séria C - Matematika, fyzika, informatika*, roč. 11. Trnava: Trnavská Univerzita, s. 14-19. ISBN 978-80-8082-175-3
- [51] Žilková, K. (2009) *Školská matematika v prostredí IKT*. Bratislava: Pedagogická fakulta UK Bratislava.
- [52] Žilková, K. (2013) Dilemy v tvorbe e-kurzu Manipulačná geometria. *Matematika v primárnej škole, rôzne cesty, rovnaké ciele*. Prešovská univerzita, Prešov, 2013, s. 276-280. ISBN 978-80-555-0765-1

Názov: Blended learning ako efektívny nástroj vo vyučovaní matematických predmetov  
na TU a UMB

Autori: prof. RNDr. Pavol Hanzel, CSc.; PaedDr. Milan Pokorný, PhD.; doc. RNDr.  
Pavel Híc, CSc.; RNDr. Katarína Sebínová, PhD.; Mgr. Michaela Chvojková

Vydanie: prvé

Vydala: Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity v Trnave

Rozsah: 89 strán; 4,4 AH

ISBN 978-80-8082-865-3