

POROVNANIE FILTRÁCIE PRE ENERGETICKÝ SIGNÁL

Marián Urcikán¹, Pavol Bezák²

¹Inžinierska, projektová a výskumná organizácia, VÚJE a.s. Trnava
Okružná 5, 918 64 Trnava, SR
e-mail: urcikan@vuje.sk

²Materiálovotechnologická fakulta STU Bratislava
Paulínska 16, 917 24 Trnava, SR
e-mail: bezak@mtf.stuba.sk

Abstract: This report deals with comparison of Kalman filter which I have modified for energetic system in a framework of academic dissertation works and other standard kinds of filtration used in Nuclear Power Plant for on elimination of noise included in neutron flux measurement of on ionizing chambers located in active zone of nuclear reactor at normal operation conditions of nuclear power plant. For determination of real state it is needed to make a measurement which includes an extensive complex of activities and analyzes, which lead up to best knowledge of measured parameters, or alternatively real status, that is possible to reach with filtration.

Key words: Neutron flux, reactor, Kalman Filter, filtration

1. Úvod

Základný parameter určujúci stav reaktora je reaktivita. Určuje sa z hustoty neutrónového toku podľa rovníc bodovej kinetiky. Hustota neutrónového toku je úmerná prúdu ionizačných komôr, ktoré sú spravidla symetricky rozmiestnené okolo aktívnej zóny reaktora.

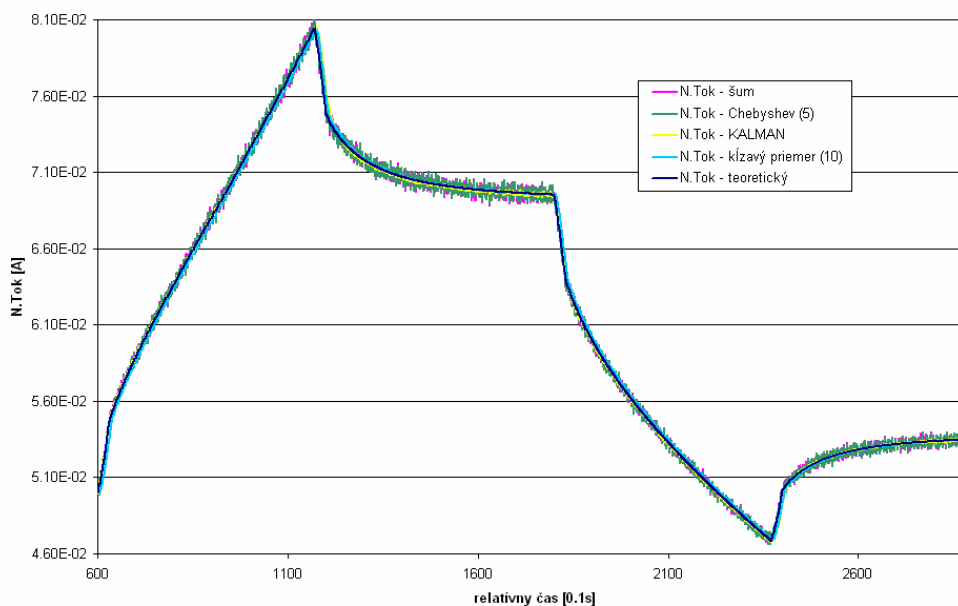
Veľkosť snímaných prúdov komôr je v ráde od 10^{-9} až 10^{-6} A. Také malé prúdy je potrebné zmerať čo najpresnejšie. Pri meraniach sa nevyhneme šumu týchto prúdov, ktoré sú spôsobené samotnou komorou, mechanickými kmitmi komory, parazitnými prúdmi na trase a pod. Eliminácia šumu signálu komory je náročná vec, a robí sa to filtrovaním signálu pred jeho vstupom do bloku výpočtu reaktivity.

2. Filtrácia

Čím je filtrácia signálu väčšia, tým je signál hladší, znižuje sa jeho šum, reaktivita stanovená z takéhoto signálu je hladká a nezašumená. Má to však aj svoje nevýhody v tom, že odozva reaktivity na fyzikálnu zmenu parametrov reaktora je pomalá a rýchle dynamické zmeny reaktivity v aktívnej zóne reaktora môžu byť filtráciou potlačené a odozva reaktivity na fyzikálny proces v aktívnej zóne reaktora bude nesprávna. Naproti tomu z nefiltrovaného signálu komory je odozva reaktivity na fyzikálne deje takmer okamžitá, ale užitočná informácia o zmene reaktivity sa môže stratiť v značnom šume.

Dochádza tu k dvom protikladným snahám. Pre riadenie testov fyzikálneho spúšťania je potrebná čo najrýchlejšia a hlavne „správna“ odozva reaktivity na fyzikálne zmeny parametrov reaktora. Pre potlačenie šumu reaktivity je však potrebné použiť čo najväčší filter. Preto je potrebné urobiť určitý kompromis medzi rýchlosťou odozvy reaktivity (nefiltrovať snímaný signál komory pre výpočet reaktivity) a medzi nutnosťou potlačiť šum signálu komory a reaktivity (filtrovať signál komory pre výpočet reaktivity). V praxi sa to realizuje výberom vhodnej veľkosti filtra, ktorý vyhovuje obidvom snahám. Pre ilustráciu je na

nasledujúcom obrázku znázornený „surový“ signál komory a signál komory filtrovaný, používaný pri výpočte reaktivity.



Obrázok 1. Nameraný a filtrovaný neutrónový tok

Na filtráciu signálu komôr merania n. toku sa používajú dva druhy filtrov:

- filter kľzavého priemeru,
- dolnopriepustný rekurzívny číslicový filter (IIR - infinite impulse response) a to v dvoch variantoch Butterworthova a Čebyševova filtrácia.

2.1. Kľzavý priemer

Kľzavý priemer (moving average) je v technickej praxi najviac používaným typom filtra. Najčastejšie použitie je pre jeho jednoduchosť, výpočtovú nenáročnosť a dobré výsledky. Kľzavý priemer s parametrom n v jeho najjednoduchšej podobe (simple moving average) je aritmetickým priemerom posledných n členov časového priebehu. Kľzavým sa nazýva kvôli zmene jeho hodnôt v čase. Okrem jednoduchého kľzavého priemeru sa používajú aj jeho ďalšie modifikácie: exponenciálny, trojuholníkový, vážený a variabilný kľzavý priemer. Pri týchto modifikáciách sa súčet vypočítava z rovnakých hodnôt, len ich váha je rôzna.

Formula filtra kľzavého priemeru

Predpokladajme, že pri akomkoľvek k , strednú hodnotu posledných n vzoriek nasnímaných údajov x_i vypočítame ako:

$$\bar{x}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=k-n+1}^k x_i$$

Podobne vypočítame strednú hodnotu n vzoriek pre $k-1$:

$$\bar{x}_{k-1} = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=k-\mathcal{N}}^{k-1} x_i$$

teda,

$$\bar{x}_k - \bar{x}_{k-1} = \frac{1}{\mathcal{N}} \left[\sum_{i=k-\mathcal{N}+1}^k x_i - \sum_{i=k-\mathcal{N}}^{k-1} x_i \right] = \frac{1}{\mathcal{N}} [x_k - x_{k-\mathcal{N}}]$$

z čoho po úprave dostaneme

$$\bar{x}_k = \bar{x}_{k-1} + \frac{1}{\mathcal{N}} [x_k - x_{k-\mathcal{N}}]$$

Formula filtra kľzavého priemeru s exponenciálnou váhou

Kľzavý filter považuje každý bod z bloku údajov za rovnako dôležitý pri výpočte strednej (filtrovej) hodnoty. V dynamických systémoch sa však javí, že najaktuálnejšie hodnoty lepšie odrážajú stav procesu. Preto by mohol byť užitočnejší filter, ktorý kladie dôraz na najaktuálnejšie dáta. Takýto filter je možné vytvoriť podľa postupu použitého pri odvodení kľzavého priemeru. Ako už bolo uvedené, úvodný bod strednej hodnoty je vyjadrený ako:

$$\bar{x}_k = \frac{1}{\mathcal{N}} \sum_{i=k-\mathcal{N}+1}^k x_i$$

Ale v tomto prípade uvažujme tiež strednú hodnotu s prídavným bodom

$$\bar{x}_{k+1} = \frac{1}{\mathcal{N} + 1} \sum_{i=k-\mathcal{N}+1}^{k+1} x_i = \frac{1}{\mathcal{N} + 1} \left[x_{k+1} + \sum_{i=k-\mathcal{N}+1}^k x_i \right]$$

Potom po dosadení

$$\sum_{i=k-\mathcal{N}+1}^k x_i = \mathcal{N} \bar{x}_k$$

dostaneme

$$\bar{x}_{k+1} = \frac{1}{\mathcal{N} + 1} [x_{k+1} + \mathcal{N} \bar{x}_k] = \left(\frac{1}{\mathcal{N} + 1} \right) x_{k+1} + \left(\frac{\mathcal{N}}{\mathcal{N} + 1} \right) \bar{x}_k$$

2.2. Dolnopriepustný rekurzívny číslicový filter (IIR)

Je to filter nízkych frekvencií (dolnopriepustný), ktorý prepúšťa na výstupe frekvencie od nulovej do medznej frekvencie.

Vzťah medzi vstupom do filtra x a výstupom z filtra y je daný rovnicou

$$y(n) = \sum_{i=0}^M b_i x(n-i) - \sum_{i=1}^N a_i y(n-i)$$

resp. prenosom

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{\sum_{i=0}^M b_i z^{-i}}{1 + \sum_{i=1}^N a_i z^{-i}}$$

Rekurzívne dolnopriepustné select sa používajú hlavne na dosiahnutie ostrej selectivity medzi užitočným signálom a jeho šumom. Na rozdiel od iných druhov filtrov k tomu stačí menej členov (a_i resp. b_i), ktoré sa stanovujú rôznym spôsobom. Podľa toho je nazvaná filtrácia Butterworthova, Čebyševova a pod.

2.3. Butterworthova filtrácia

Butterworthove filtre sa niekedy nazývajú filtre s maximálne plochou amplitúdovo frekvenčnou charakteristikou v priepustnom pásme. Frekvenčná fázová charakteristika vykazuje v priepustnom pásme plynulú zmenu fázy s frekvenciou, so sklonom daným počtom pólov filtra. Pre posúdenie týchto vlastností sa používa pojem skupinové oneskorenie, čo je derivácia fázy podľa frekvencie. Pri tohoto filtra nemá v priepustnom pásme skupinové oneskorenie zvlnenie. Prechodová charakteristika sa vyznačuje rýchlym čelom impulzu a miernym prekmitom. Butterworthov filter je najčastejšie používaný filter v regulačnej technike.

2.4. Čebyševová filtrácia

Čebyševove filtre sú popísané prenosom, ktorý má v menovateli koeficienty charakteristického Čebyševovho polynómu. Výhodou týchto filtrov je fakt, že strmosť filtra v blízkom okolí frekvencie zlomu je vyššia než odpovedá rádu aproximácie. Cenou za túto priaznivú vlastnosť, ktorá môže viesť ku znižovaniu rádu filtra, je zvlnenie frekvenčnej charakteristiky v priepustnom pásme. Toto zvlnenie je tým väčšie, čím je vyššia počiatočná strmosť charakteristiky v nepriepustnom pásme. Pri návrhu sa používa ako parameter max. dovolené zvlnenie (v dB) frekvenčnej charakteristiky v priepustnom pásme. Prechodová charakteristika Čebyševových filtrov má kmitavý charakter s relatívne malým tlmením.

2.5. Kalmanov filter

Problém výpočtu Kalmanovho filtra je riešený pre model stochastického bodového reaktora použitím teórie lineárneho výpočtu. V prípade použitia tejto metódy musí byť zostavený vhodný model, ktorý môže byť vložený do systému reaktora ako jeden z jeho stavových premenných. Digitálny filter navrhnutý použitím Kalmanovo-Bucyovej teórie filtrov pôsobí na výstupné vzorky neutráonového hustoty stochastického reaktora a poskytuje výpočet zo stavov zmien systému. Kalmanov filter je lineárny systém, ktorý poskytuje výpočty zo stavov premenných zo systému upravujúcich meraní pre výstup. Stavové premenné reálneho systému v reaktorovom systéme je hustota neutráonového toku a koncentrácia materských jadier.

Model systému reaktora

Zjednodušený model analytického stochastického reaktora, ktorý beriem v úvahu obsahuje šum spojený s meraním neutráonovej hustoty. Na zostavenie takého modelu boli urobené nasledujúce predpoklady

- bodový reaktor - hlavný dôraz sa kladie na časovú závislosť reaktorového systému
- linearizovaný model - pretože originálny Kalmanov filtra je lineárny

- nízky prevádzkový výkon - eliminuje spätné väzby reaktivity, ktoré kompenzujú vstupný zdroj šumu
- 2 zdroje bieleho šumu (stredná hodnota = 0)
 - vstup - model náhodného charakteru štiepenia
 - výstup - model náhodného charakteru detekcie

Hodnoty sledovaného zariadenia držia svoje výstupné signály konštantné pre diskretný časový interval pri hodnote vstupného signálu. Teda ak je časový interval dostatočne malý, dostaneme dobrú aproximáciu spojitej funkcie.

Zmenu v systéme reaktora môžeme charakterizovať neutrónovým tokom $\delta n(t)$ a zmenou koncentrácie materských jadier $\delta C(t)$. Hodnota neutrónového toku a zmena koncentrácie materských jadier sú zapísané v stavovom vektore. Tento vektor zvyčajne obsahuje prvú deriváciu týchto veličín.

Rovnice pre taký systém sú dané nasledovne:

$$\frac{d}{dt}(\delta n) = \left[\frac{\rho_0 - \beta_{ef}}{\Lambda} \right] \delta n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \delta C_i + \frac{n_0}{\Lambda} \delta \rho + \delta S$$

$$\frac{d}{dt}(\delta C_i) = \frac{\beta_i}{\Lambda} \delta n - \lambda_i \delta C_i \quad i = 1, 2, \dots, 6,$$

kde

- δn porucha hustoty neutrónového toku
- n_0 východzia hodnota hustoty neutrónového toku
- δC porucha koncentrácie materských jadier
- $\delta \rho$ porucha reaktivity
- ρ_0 východzia konštantná reaktivita
- δS zdroj neutrónového šumu
- β_i podiel oneskorených neutrónov i -tej skupiny
- β_{ef} suma oneskorených neutrónov
- Λ stredná doba života generácie neutrónov
- λ_i rozpadová konštanta materských jadier i -tej skupiny

Jednoduchou analýzou predchádzajúcich rovníc a transformáciou do stavového priestoru dostávame nasledovnú definíciu stavového vektora x :

$$x = \begin{bmatrix} x_1 = \delta n \\ x_2 = \delta C_1 \\ x_3 = \delta C_2 \\ x_4 = \delta C_3 \\ x_5 = \delta C_4 \\ x_6 = \delta C_5 \\ x_7 = \delta C_6 \\ x_8 = \delta t / \delta \rho \\ x_9 = \delta \rho \end{bmatrix}$$

Z toho pre našu sústavu z predchádzajúcich rovníc vytvoríme maticu prechodu F.

$$F = \begin{bmatrix} \frac{\rho_0 - \beta_{ef}}{\Lambda} & \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 & \lambda_4 & \lambda_5 & \lambda_6 & 0 & n_0 / \Lambda \\ \beta_1 / \Lambda & -\lambda_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_2 / \Lambda & 0 & -\lambda_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_3 / \Lambda & 0 & 0 & -\lambda_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_4 / \Lambda & 0 & 0 & 0 & -\lambda_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_5 / \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_5 & 0 & 0 & 0 \\ \beta_6 / \Lambda & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Keďže meriame len neutrónový tok, tak výstupná matica distribúcie H má tvar:

$$H = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Rovnice Kalmanovho filtra

Pre výpočet filtrácie použitím Kalmanovho filtra sú potrebné rovnice:

Časová aktualizácia „Predikcia“

$$\tilde{x}_{k+1} = \bar{F}\hat{x}_k$$

predikcia stavu

$$\hat{x}_k = x_k + K_k(y_k - H\tilde{x}_k)$$

predikcia kovariancie chyby

Aktualizácia meraním „Korekcia“

$$K_k = \hat{P}_k H_k^T [H_k \hat{P}_k H_k^T + R_k]^{-1}$$

výpočet Kalmanovho zosilnenia

$$\hat{P}_k = [I - K_k H_k] \hat{P}_k$$

korekcia predikcie s meraním

$$P_{k+1} = \bar{F} P_k \bar{F}^T + Q_k$$

korekcia kovariančnej matice

kde

y_k meraná veličina

x_k stavový vektor

F stavová matica prechodu

K_k Kalmanovo zosilnenie

P_k kovariančná matica (korekcie)

Q_k kovariančná matica (predikcie)

H matica distribúcie riadenia

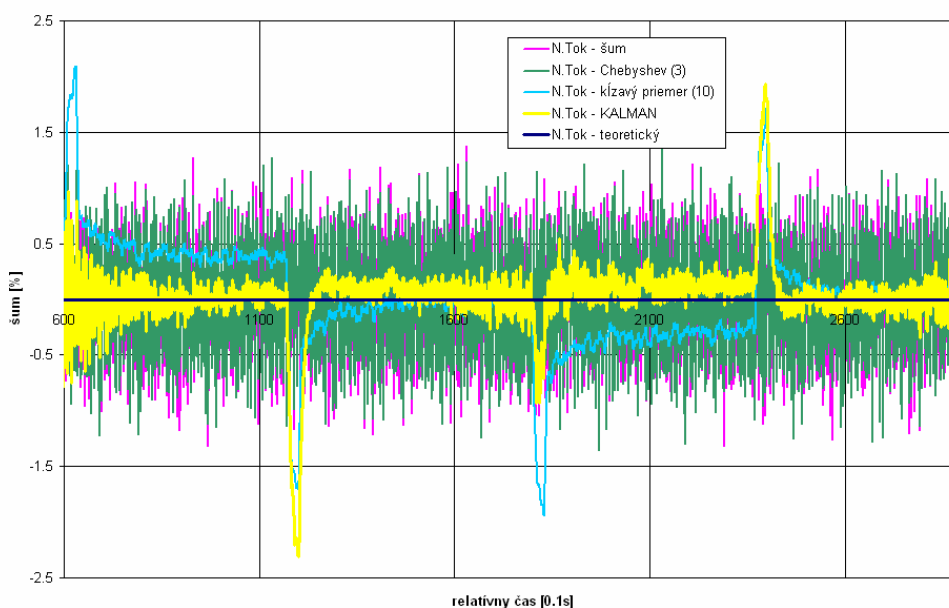
I jednotková matica

Výpočet prebieha po nameraní nových hodnôt neutrónového toku. Nameriame nové hodnoty, vykonáme aktualizáciu Kalmanovho filtra. Pri aktualizácii vypočítame nové hodnoty koeficientov s ohľadom na nové meranie. Filter sa tak prispôsobí novonameraným hodnotám. V ďalšom kroku vykonáme predikciu nového stavového vektora a kovariančnej matice. V tomto okamžiku stavový vektor obsahuje stavy predikovanej hodnoty neutrónového toku a zmeny koncentrácie materských jadier. Tento postup opakujeme s každým novým

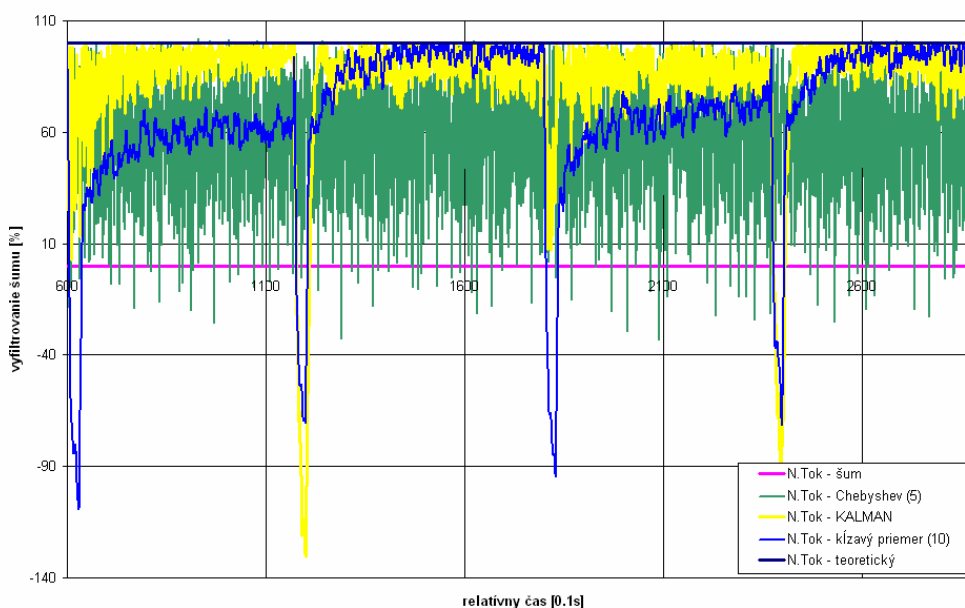
meraním, pričom Kalmanov filter bude poskytovať v každom kroku nové predikované hodnoty stavového vektora.

3. Výsledky

V tejto práci porovnávam Kalmanov filter s inými druhmi filtrácie pre filtrovanie neutrónového toku, ktorý obsahuje nežiadúce zložky šumu nachádzajúce sa v meraní neutrónového toku pomocou ionizačných komôr v bežných prevádzkových podmienkach jadrového reaktora. Filtračné konštanty jednotlivých filtrov boli nastavené tak, aby najmenšia kvadratická odchýlka chyby bola minimálna a počas celého filtračného priebehu boli konštantné. Na obrázku č.2 je znázornená odchýlka, na ktorom je vidieť, že najmenšiu odchýlku od teoretickej (teda požadovanej) hodnoty má práve Kalmanov filter.



Obrázok 2. Odchýlka od požadovanej hodnoty



Obrázok 3. Veľkosť vyfiltrovaného šumu

Porovnanie veľkosti vyfiltrovaného šumu je vidieť na obrázku č.3. Na tomto obrázku je znázornená percentuálna hodnota vyfiltrovaného šumu pre dosiahnutie čo najmenšej minimálnej odchýlky. Najväčšie vyfiltrovanie nežiadúceho šumu obsiahnutého v nameranej hodnote neutrónového toku je dosiahnuté pomocou Kalmanovho filtra, ktorého priemerná hodnota potlačenia šumu je až 83,8% pri akceptovateľnom skreslení priebehu neutrónového toku následkom filtrácie. Šum potlačený pomocou filtrácie metódou kĺzavého priemeru je 69,7%, pomocou Chebyshevovej filtrácie je potlačenie šumu najmenšie a to 57,7%.

4. Záver

Kalmanov filter je optimálny nástroj pre veľkú škálu problémov, je veľmi efektívny, použiteľný pre ešte väčšiu škálu systémov. Je to matematická procedúra, riešená efektívnou výpočtovou rekurzívnou metódou pre odhad najmenšieho štvorca chyby lineárneho systému.

Do teoretickej hodnoty neutrónového toku bol pridaný náhodný šum, ktorý zastupoval všetky zložky šumu nachádzajúce sa pri meraní na ionizačných komorách v aktívnej zóne reaktora, aby tým bolo možné overiť správanie filtra. Do neutrónového toku boli vnesené zmeny reaktivity +/- 6pcm pôsobením regulačných kaziet, ktoré sa prejavili zmenami priebehu neutrónového toku. Veľkosť vyfiltrovannej odchýlky je závislá na voľbe použitých koeficientov kovariančných matic. Pomocou Kalmanovho filtra bolo možné vyfiltrovať až 83,8% šumu obsiahnutého v neutrónovom toku.

Literatúra

- [1] Greg Welch, *An Introduction to the Kalman Filter*, University of North Carolina at Chapel Hill, 2004, 1-16 s, TR 95-041
- [2] Venerus Joseph, *Estimation of the Dynamic Reactivity Using Digital Kalman Filtering*, University of Florida 1969, 199-205, FI 32601