

## JEDNODUCHÉ GEOMETRICKÉ KONŠTRUKCIE NA 1. STUPNI ZÁKLADNEJ ŠKOLY

Edita Partová, Katarína Žilková

Katedra matematiky a informatiky, Pedagogická fakulta, Univerzita Komenského v Bratislave  
Račianska 59, 813 34 Bratislava, SR

e-mail: [partova@fedu.uniba.sk](mailto:partova@fedu.uniba.sk), [zilkova@fedu.uniba.sk](mailto:zilkova@fedu.uniba.sk)

**Abstract.** In this paper are presented methods of representation of geometric constructions for elementary school. The problem of dynamic representation is solved by using of graphical software Macromedia Flash.

**Key words:** elementary school, mathematics teaching, geometry, multimedia software

### 1. Geometrické učivo na 1. stupni ZŠ

Geometrické učivo na 1. stupni základnej školy je napriek rôznym reformám stále nedocenené. Učebné osnovy aj výkonové štandardy sú zamerané viac na faktografickú stránku učiva, ako je pomenovanie útvarov, rysovanie. Podľa štátneho vzdelávacieho programu má žiak získať nasledujúce kompetencie z geometrie:

- „rozozná, pomenuje, vymodeluje a popíše jednotlivé základné priestorové geometrické tvary, nachádza v realite ich reprezentáciu;
- pozná, vie popísať, pomenovať a narysovať základné rovinné útvary;
- rozozná a modeluje jednoduché súmerné útvary v rovine;
- pozná meracie prostriedky dĺžky a ich jednotky, vie ich samostatne používať aj pri praktických meraniach.“

V snahe osvojiť si predpísané kompetencie môže nastať zanedbanie porozumenia pojmov a procesov. Porozumenie na príslušnej úrovni rozumových schopností detí neznamená vytvoriť si geometrické pojmy na najvyššej abstraktnej úrovni. Niektoré pojmy sa vytvoria len na základe vizualizácie, iné sa rozvíjajú na úroveň analýzy jednotlivých častí útvarov a nakoniec dochádza ku skúmaniu vzťahov medzi jednotlivými časťami útvaru, alebo medzi jednotlivými útvarmi (Musser, G. L., Burger, W. F., Peterson, B. E., 2001).

V rôznych teóriách vyučovania sa objavuje triedenie poznatkov na deklaratívne a procedurálne (Marzano, 1997) a podľa toho rozlišujú aj proces získavania poznatkov. Pri získavaní deklaratívnych poznatkov, akými sú napr. názvy telies, názvy rovinných útvarov, názvy jednotlivých častí útvarov alebo označenie útvarov, postupujeme v súlade s mechanizmom poznávacieho procesu. Po konštruovaní významu pojmu nasleduje začlenenie poznatkov do štruktúry a ukladanie do pamäte. Proces získavania procedurálnych poznatkov začína konštruovaním modelu, pokračujeme formovaním modelu a interiorizáciou procesu. Problém vhodného znázornenia vzniká práve pri procedurálnych poznatkoch ako sú geometrické konštrukcie.

### 2. Geometrické konštrukcie – procedurálne poznatky

Najjednoduchšie geometrické konštrukcie sú z pohľadu dospelého samozrejmosťou, ale pre žiaka 1. stupňa základnej školy sú nové, neznáme poznatky a tomu treba prispôbiť aj vyučovacie metódy. Obvyklý, v metodických príručkách odporúčaný postup pri modelovaní geometrických konštrukcií preferuje demonštráciu konštrukcie vyučujúcim frontálnym

spôsobom. Nedostatkom takéhoto postupu je neopakovateľnosť mimo vyučovacej hodiny. Žiak, ktorý nie je schopný si na základe jedného vzoru zapamätať konštrukciu úplne a presne, je odkázaný len na učebnicu. Učebnica ako odborná literatúra prispôbena žiakom však poskytuje len statický obrázok a text, nie dynamickú konštrukciu. Súčasnú didaktickú prostriedky, predovšetkým informačné technológie umožňujú zmeniť tento stav.

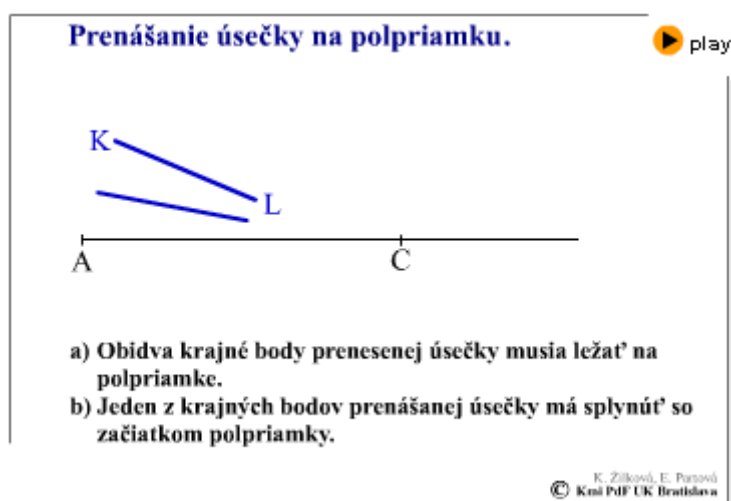
V praxi sa stretávame s rôznymi riešeniami reprezentácie dynamického deja pomocou moderných technológií, napr. J. Příhonská (Příhonská, 2007) uvádza prezentáciu ako vhodný softvér pre ukážku konštrukcie trojuholníka.

Inou alternatívou na aplikovanie dynamických prvkov do vyučovania základov geometrie je využívanie animovaného obrazového materiálu. Animácie sú vo všeobecnosti založené na rýchlom striedaní statických obrázkov a v počítačovom prostredí fungujú na princípe počítačom generovaných obrázkov. Ich rýchle premietanie pôsobí na ľudské vnemy ako spojený pohyb, čím sa zachytáva dynamika pozorovaného deja v istej časovej a významovej nadväznosti. Navyše opakovanie prehrávania konštrukčného postupu poskytuje žiakom možnosť detailnejšej analýzy pozorovaného javu.

Musíme konštatovať nedostatok vhodných a dostupných animácií vytvorených cielene pre učivo 1. stupňa. Komerční tvorcovia sa zameriavajú na tvorbu komplexnejších softvérových balíkov a od učiteľov 1. stupňa nemožno očakávať, že budú tvoriť výučbové materiály v špeciálnom softvéri. V snahe aspoň čiastočne uspokojiť relevantnú požiadavku na tvorbu animovaných výučbových materiálov sme sa rozhodli spracovať časť geometrického učiva s využitím multimediálneho grafického systému Macromedia Flash.

## 2.1. Prenášanie úsečky

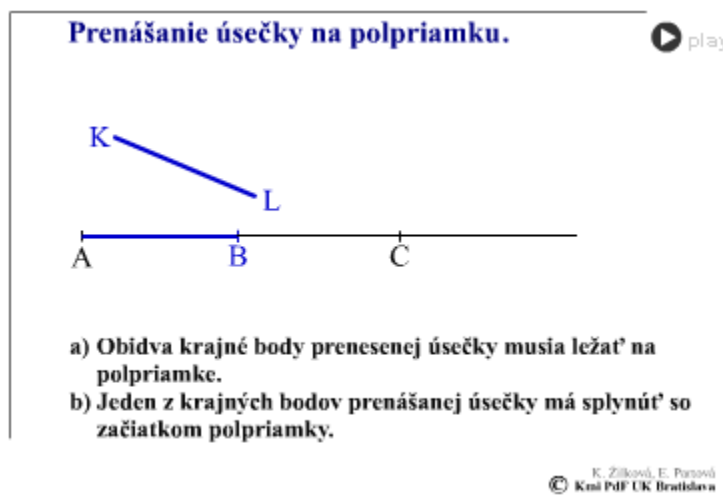
Na prvom stupni ZŠ je najjednoduchšou geometrickou konštrukciou, pomocou pravítka a kružidla, prenášanie úsečky na polpriamku. Táto konštrukcia je základom pre porovnávanie úsečiek, meranie úsečiek a pre ďalšie jednoduché konštrukcie. Podstatou konštrukcie je ukázať, že úsečka sa „prekopíruje“ na polpriamku tak, aby jeden z krajných bodov úsečky bol začiatčným bodom polpriamky (*obr. 1, obr. 2*).



Obr.1

Manipulačnú činnosť učiteľa pri prenášaní úsečky možno simulovať v programe Macromedia Flash. V zásade je možné použiť dve metódy na vytvorenie animovaných sekvencií. Jedna je založená na postupnom vytváraní všetkých snímok, ktoré sa budú animovať. Druhá metóda je pre používateľa pohodlnejšia, pretože stačí vytvoriť len tzv.

„kľúčové snímky“ (začiatkový a koncový), medzi ktorými program vytvorí animovaný prechod automaticky. Problém prenášania úsečky je vhodný na využitie automatického prechodu prenášanej úsečky na danú polpriamku. Plynulosť animovania možno ovplyvniť nastavením rýchlosti prehrávania obrázkov, a tiež vzdialenosťou začiatkovej a koncovkej snímky na časovej osi. Čím je ich vzdialenosť väčšia, tým sa medzi nimi vytvorí viacero prechodových obrázkov a premietanie pôsobí plynulejšie.



Obr. 2

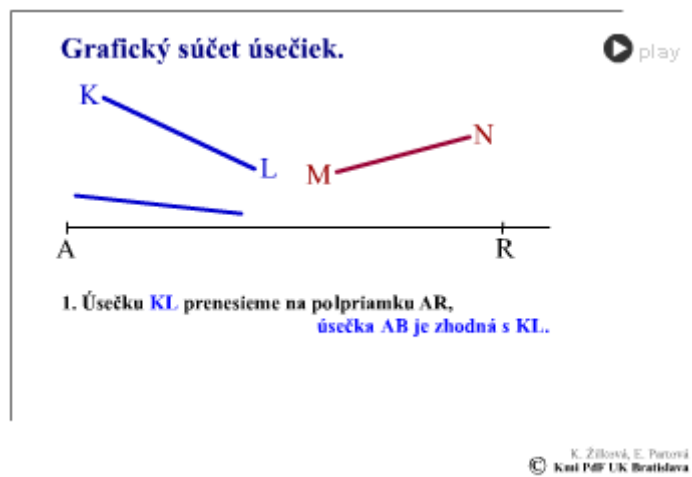
Implementácia matematických animácií do prostredia grafického systému so sebou prináša množstvo pridružených problémov. Jedným z nich je označovanie úsečky pred prenesením a po prenesení na danú polpriamku. Žiaci prvého stupňa ZŠ nepoužívajú čiarkované označenie geometrických útvarov, preto bolo potrebné prenesenú úsečku označiť novými písmenami, čo je však v súlade so skutočnosťou, že dva rôzne body v rovine sa označujú rôznymi písmenami. V tejto súvislosti však vzniká nový problém, ktorým je zdôvodnenie zhodnosti pôvodnej úsečky a jej preneseného obrazu. Pri samotnej realizácii prenášania sa musíme spoľahnúť na korektnosť grafického systému z hľadiska geometrických transformácií.

## 2.2. Grafický súčet a násobok úsečiek, grafický obvod mnohoúhelníkov

Grafický súčet úsečiek je významná konštrukcia ako proces, ale rovnako významná je pre vytvorenie pojmu „grafický súčet“. Pri sprostredkovaní učiva je dôležité zdôrazniť, že po prenesení prvej úsečky na polpriamku (v našom prípade na polpriamku AR, pozri obr. 3) každú ďalšiu už prenášame na polpriamku so začiatkovým bodom, ktorý vznikne z druhého krajného bodu predchádzajúcej úsečky (v našom prípade na polpriamku BR, pozri obr. 4).

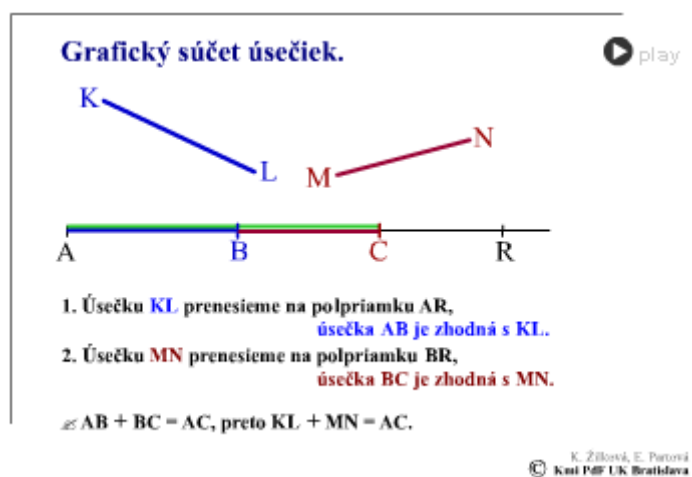
Z didaktického hľadiska bolo užitočné rozdeliť animáciu demonštrujúcu grafický súčet dvoch daných úsečiek na tri fázy. Prvý snímok (pred zahájením animácie) zobrazuje útvary, ktoré sú dané, teda úsečky KL, MN a polpriamku AR. V prvej fáze prehrávania sa prenesie (modrá) úsečka KL na polpriamku AR, pričom v priebehu prenášania je zobrazený aj kontextový komentár diania na obrazovke (obr. 3). Analogicky prebieha druhá fáza, počas ktorej sa prenesie (červená) úsečka MN na polpriamku BR. Farebnosť úsečiek a príslušná farebnosť zodpovedajúcich komentárov má zvýrazňovať ich vzťahovú súvislosť. V tretej fáze je špeciálnym efektom upriamená pozornosť na novovzniknutú úsečku AC, ktorá je hľadaným grafickým súčtom. Po ukončení animácie sa zobrazí posledná snímka, ktorá ponúka symbolický zápis a interpretáciu záverečného statického obrazu (obr. 4). Napriek

snahe vyhnúť sa väčšiemu množstvu textu v animáciách, bolo potrebné slovné popísať udalosti v jednotlivých fázach. Hlavným dôvodom je, že symbolické znamienko pre zhodnosť dvoch úsečiek sa na prvom stupni ZŠ nepoužíva, preto skrátenie zápisu je v tomto zmysle vylúčené. A keďže predpokladáme využiteľnosť materiálu nielen v priamej výučbe, je potrebné aby interpretácia animácie bola jednoznačná a odborné korektná.



Obr. 3

Konštrukcia grafického súčtu je základom pre konštrukciu grafického obvodu mnohoúhelníkov a grafického násobku úsečky. Konštrukciou grafického obvodu mnohoúhelníkov je grafický súčet všetkých úsečiek, ktoré tvoria strany mnohoúhelníka, teda je zovšeobecnením grafického súčtu dvoch úsečiek. Grafický násobok úsečky môžeme považovať za špeciálny prípad grafického súčtu niekoľkých zhodných úsečiek. Násobok úsečky (presnejšie  $n$ -násobok) sa dá interpretovať aj ako grafický súčet strán pravidelných  $n$ -uholníkov, teda ako grafický obvod. Takáto interpretácia dáva zmysel vzorcom pre výpočet obvodu, ktoré deti často memorujú bez porozumenia.

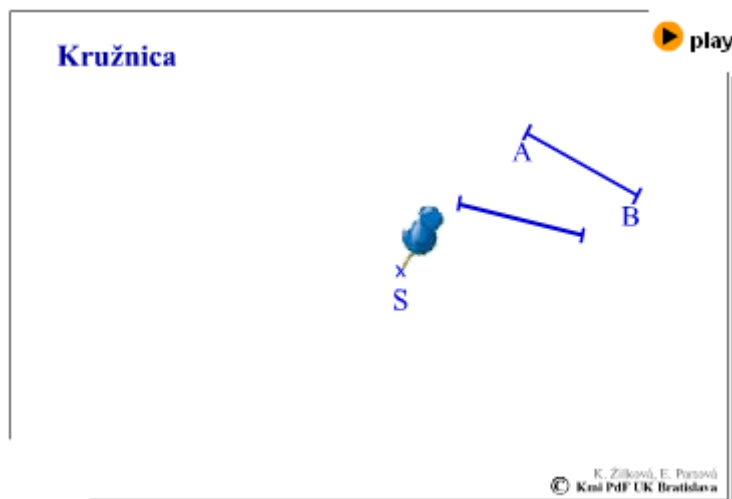


Obr. 4

### 2.3. Kružnica

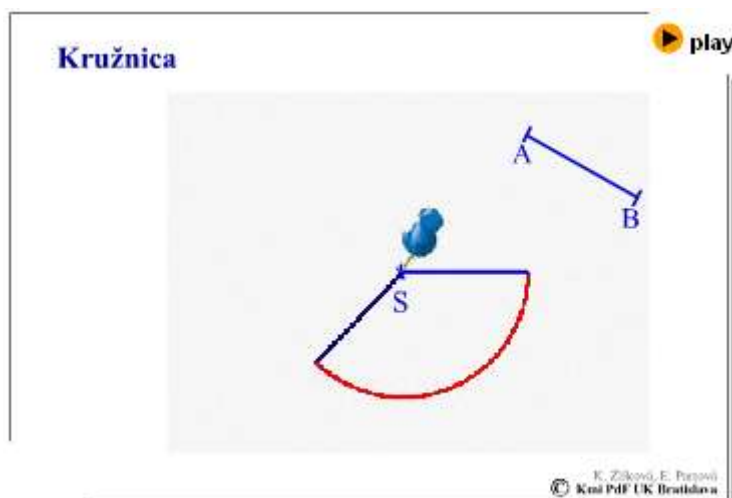
Kružnica patrí k tým pojmom, ktoré sa na 1. stupni nedefinujú matematickou definíciou, vysvetlí sa len postup konštrukcie. Konštrukcia zároveň slúži na vytváranie predstavy o pojme, ktorá sa počas školskej dochádzky spresňuje. Postup konštrukcie vychádza z definície: „Kružnica je rovinný útvar, ktorého všetky body so stredom určujú zhodné

úsečky.“ (Šedivý, Križalkovič, 1989). Model by mal znázorniť význam stredú a význam druhého krajného bodu úsečky (polomeru). Demonstrácia kružidlom v tomto prípade pomáha len k získaniu zručnosti, avšak úsečku (polomer) a jej krajné body žiak nevidí. Lepšou voľbou je praktická činnosť, ktorá má niekoľko nevýhod: nemusí byť presná, nie vždy sú vhodné podmienky a pomôcky pre praktickú činnosť.



Obr. 5

Ukážka konštrukcie pomocou animovaného obrazu je dostatočne presná, zviditeľňuje všetky podstatné prvky pre konštrukciu útvaru. Animácia je zároveň propedeutikou matematickej definície. Je zvýraznený stred kružnice a krajné body zhodných úsečiek zanechávajú za sebou na obrázku červenú stopu – kružnicu (obr. 6). Práve riešenie problému vykresľovania stopy jedného z krajných bodov otáčajúceho sa polomeru bolo zásadným z hľadiska technickej realizácie animácie. Využili sme možnosť spojenia animovaných obrázkov s tzv. „virtuálnym videom“. Virtuálne video je nahrávka diania na obrazovke monitora, pričom môže byť zachytená ľubovoľným z dostupných softvérov určených na zaznamenávanie krátkych videosekvencií. V našom prípade sme zaznamenali animáciu so zapnutou stopou krajného bodu v geometrickom dynamickom systéme. Po vložení vytvoreného virtuálneho videa do časovej osi programu Macromedia Flash sa nahrávka rozloží na potrebné množstvo snímok a ďalej sa spracováva tak, ako bežné snímky.



Obr. 6

### 3. Záver

Pri tvorbe multimediálnych učebných pomôcok treba mať na zreteli korektnú didaktickú transpozíciu obsahu tradične spracovaného učiva do formy elektronického materiálu. Niektoré ďalšie problémy, ktoré treba riešiť pri tvorbe animácií podobného charakteru uvedieme len v krátkosti:

- korektnosť z hľadiska matematického obsahu,
- rešpektovanie didaktických princípov,
- zabezpečenie aspoň limitovanej interaktivity,
- zrozumiteľnosť a prehľadnosť všetkých premietaných sekvencií,
- synchronizácia dynamického obrazu s textovým komentárom.

Na základe skúseností s uvedenými ukážkami možno uvažovať o tvorbe ďalších produktov zameraných na riešenie problémov komplexnejšieho charakteru.

### Literatúra

- [1] HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál, 2001. ISBN80-7178-581-4.
- [2] MARZANO, R., PICKERING, D. a kol. *Dimensions of Learning*. ASCD, Alexandria, Virginia, USA: 1997.
- [3] MUSSER, G.L., BURGER, W.F., PETERSON, B.E. *Mathematics for elementary teachers*. 5th ed. John Wiley & Sons, New York: 2001. ISBN 0-471-38898-X.
- [4] ŠEDIVÝ, O., KRIŽALKOVIČ, K. *Didaktika matematiky pre štúdium učiteľstva I. stupňa ZŠ*. Bratislava: SPN, 1990.
- [5] PŘÍHONSKÁ, J. *Využití prezentačního software ve výuce matematiky*. In: Sborník z konference s mezinárodní účastí věnované počátečnímu vyučování matematiky, Srní 2007, s. 134 - 138. ISBN: 978-80-7043-548-9.
- [6] PARTOVÁ, E. a kol. *Didaktika elementárnej matematiky*. Bratislava: PdF UK. [Dostupné na [www.delmat.fedu.uniba.sk](http://www.delmat.fedu.uniba.sk)].
- [7] Štátny vzdelávací program, MŠ SR, 2008, [Dostupné na [www.minedu.sk](http://www.minedu.sk)].