

MANIPULÁCIE NA TÉMU SÚMERNOSŤ

Katarína Žilková¹

¹Katedra predškolskej a elementárnej pedagogiky,
Pedagogická fakulta, Univerzita Komenského v Bratislave
Račianska 59, 813 3 Bratislava, SR
e-mail: katarina@zilka.sk

Abstract. Žilková, K.: *Manipulations on the topic symmetry, Paed. Univ. Tyrnaviensis, Ser. C.* The examination of congruent representations and their properties is useful to realize in terms of didactics by various manipulations. The paper offers some suggestions for exploring particularly the reflection symmetry through various activities using mirrors and also instructions for creating a virtual kaleidoscope in the environment of dynamic geometry. These described activities can be understood as propedeutics of congruent representation and their properties.

Keywords: manipulation, symmetry, math, education, mirror

1 Úvod

Geometrické zobrazenia zachovávajúce zhodnosť sú súčasťou matematického vzdelávania na rôznych stupňoch škôl, pričom je badateľná snaha o prispôsobenie transpozičnej úrovne vedeckých poznatkov primerane veku cieľovej vzdelávanej skupine. Už v aktivitách určených pre deti materskej školy sa vyskytujú činnosti, výsledkom ktorých je tvorba súmerného obrazca alebo rozpoznávanie súmernosti v predlohách. V predškolskom veku sa kladie dôraz na skutočné predmetné manipulácie, a preto aj aplikácia vlastností zhodnostných zobrazení, najmä však vlastností súmernosti (osová, stredová), prebieha formou skladania a strihania papiera, resp. kombinovaním s farbením a odtlačaním vzoru. Množstvo skladačiek a hračiek je založených na tvorbe súmerných útvarov zložených napríklad z farebných geometrických mnohoúhelníkov. Súmernosti sú v tejto vekovej skupine aplikované najmä vo farbe a v tvaroch. K základným výstupným kompetenciám z oblasti matematiky určeným pre primárne vzdelávanie patrí podľa Štátneho vzdelávacieho programu „rozoznať a modelovať jednoduché súmerné útvary v rovine“. Na to, aby učiteľ v materskej škole alebo učiteľ primárneho stupňa vzdelávania vedel adekvátne narábať s odbornými poznatkami z oblasti zhodnostných geometrických zobrazení a vedel ich aplikovať v rôznych aktivitách, činnostiach a úlohách, je potrebné, aby získal sám nielen teoretické, ale aj praktické skúsenosti v uvedenej oblasti.

2 Súmernosť so zrkadlom

Cieľom príspevku je poskytnúť námetovú platformu na manipulačné predmetné, ale aj virtuálne aktivity, ktoré sú zamerané na skúmanie súmernosti. Ide najmä o aplikácie osovej, resp. rovinovej súmernosti. Keďže manipulačných činností zameraných na uvedenú problematiku existuje veľké množstvo, z dôvodu rozsahu príspevku sú extrahované aktivity, ktoré sa realizujú pomocou zrkadla. Uvádzané aktivity možno chápať nielen ako námety na nácvik predstavivosti, ale najmä ako propedeutiku zhodnostných zobrazení a ich vlastností, ktoré sú v jednotlivých činnostiach diskkrétne zakomponované.

2.1 Spoločenská didaktická hra so zrkadlom

Hra je určená pre dvoch hráčov. Herná súprava obsahuje dve zrkadlá, ktoré sa umiestňujú do plastového stojana, aby boli v zvislej polohe kolmo na podložku. Ďalšími komponentmi hry sú štyri vzorové kocky (pre každého hráča po dve), ktorých steny majú rôzne vzorové dvojfarebné zafarbenie odpovedajúce 24-om kartičkám so súmernými vzorovými podkladmi (obr. 1). Organizačná forma využitia hry môže byť rôzna, avšak hlavnými cieľmi hry sú:

- získavanie prvotných skúseností detí s prácou so zrkadlom,
- oboznamovanie sa s pojmami *vzor* a jeho zrkadlový *obraz*,
- objavovanie súmernosti, v ktorej dôležitú úlohu zohráva zrkadlo ako model roviny súmernosti,
- objavovanie súmernosti na kartových predlohách, pričom všetky vzorové karty musia byť súmerné podľa aspoň jednej osi súmernosti,
- objavovanie vlastností súmernosti.



Obr. 1 Spoločenská hra so zrkadlom

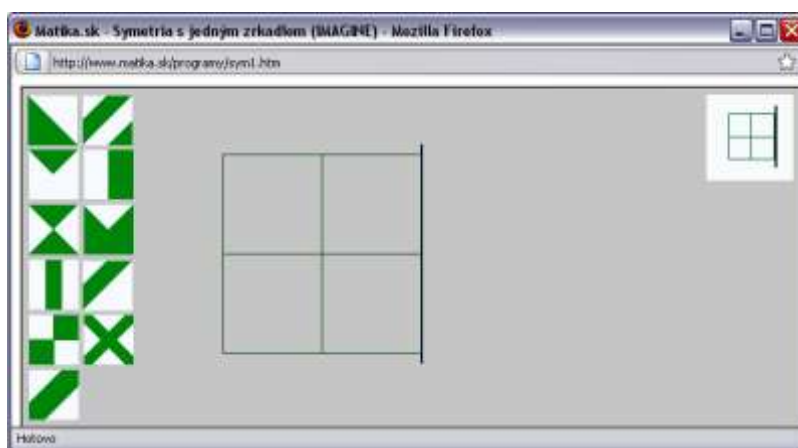
Využitie hry ako učebnej pomôcky je vhodné dokonca aj na úrovni univerzitného vzdelávania v príprave učiteľov pre materské a základné školy a možno ho rozvrhnúť do niekoľkých etáp:

1. V prvej etape je vhodné poskytnúť ako vzdelávací materiál len zrkadlo a vzorové kocky.
Úloha: Experimentujte a simulujte rôzne situácie pred zrkadlom a sledujte akým spôsobom sa tvorí zrkadlový obraz.
2. V druhej etape možno pridať karty so vzorovými predlohami (obr. 3a, 3b, 3c).
Úloha: Zostavte takú konfiguráciu kociek, aby vznikol obraz zhodný so vzorovou predlohou. Skúsenosti ukazujú, že aj v tejto vekovej skupine nie je vždy odhalená geometrická podstata, čo sťažuje riešenie úlohy. Hráči, ktorí veľmi rýchlo spoznajú, že os súmernosti, ktorú objavujú na vzorovej karte, bude reprezentantom zrkadla v skutočnom modeli, dokážu už potom veľmi rýchlo a bezchybne zostavovať predlohy rôznej náročnosti.
3. Ďalšiu etapu môže tvoriť rola študenta v pozícii tvorcu hry, teda úloha na vytvorenie rôznych vzorových predlohových kartičiek, pričom je zrejmé, že všetky predlohy musia byť obrazce súmerné podľa vopred určenej osi súmernosti.

Úloha: Vypracujte predlohy pre hru so zrkadlom (ako na obr. 3a, 3b, 3c).

2.2 Elektronická hra s jedným zrkadlom

Vyšší stupeň predstavivosti si vyžaduje elektronická hra so zrkadlom s názvom „Symetria s jedným zrkadlom“ (www.matika.sk), napriek tomu, že podstata je rovnaká ako v predchádzajúcej hre.



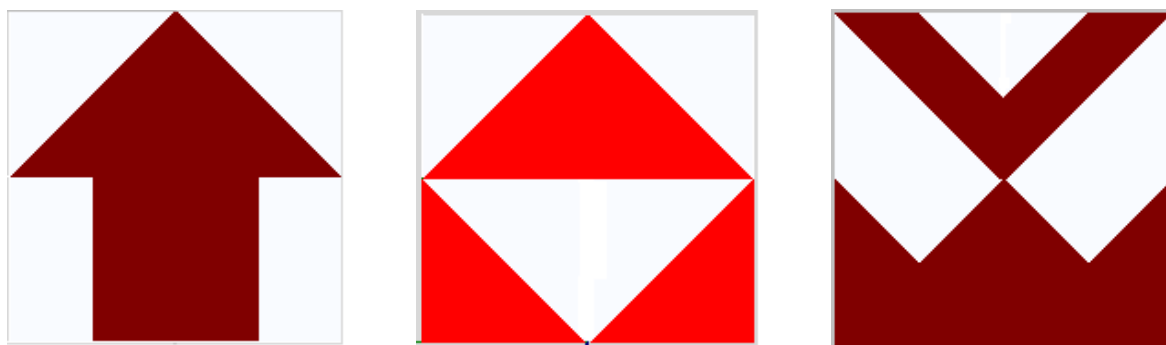
Obr. 2 Interaktívne prostredie aktivity so zrkadlom

Technická poznámka: hra bola vytvorená v prostredí korytnačej geometrie Imagine. Na jej korektné zobrazenie a úplnú funkčnosť je potrebné mať nainštalovaný Imagine Plugin, ktorý je dostupný a zverejnený v záhlaví uvedenej stránky (www.matika.sk/programy/implugin.exe).

Hlavnými komponentmi hry sú geometrické obrazce umiestnené v ľavej časti obrazovky, s ktorými je možné otáčať pomocou pravého tlačidla myši. Ich premiestnením (ľavým tlačidlom myši) do niektorého štvorca v hlavnej časti obrazovky sa zobrazí aj symetrický obraz podľa naznačeného „zrkadla“. Ako nadviazanie na skúsenosti z predchádzajúcej hry je užitočné využiť predlohové vzorové karty a zadať nasledujúcu úlohu.

Úloha: Zobrazte identický obraz predlohy, ktorú držíte v rukách (napr. obr. 3) na počítači, resp. interaktívnej tabuli.

Prax naznačuje, že napriek predchádzajúcim skúsenostiam z hry so zrkadlom a predmetnej manipulácii s dvomi kockami, majú hráči (študenti) tendencie využiť všetky štyri predznačené štvorce. Až po opätovnom uvedení si geometrickej podstaty si zakrývajú polovicu vzorovej karty, *identifikujú os súmernosti*, otočia kartu do polohy zodpovedajúcej na monitore (tabuli), následne identifikujú zafarbené štvorce, ktoré je potrebné použiť. Náročnosť úlohy spočíva aj v tom, že otočenie vzorov o prirodzené násobky 90° je možné len na ich domovskom mieste v ľavej časti obrazovky a nie na miestach pred zrkadlom. Z hľadiska rozvoja predstavivosti je táto skutočnosť didakticky užitočná.

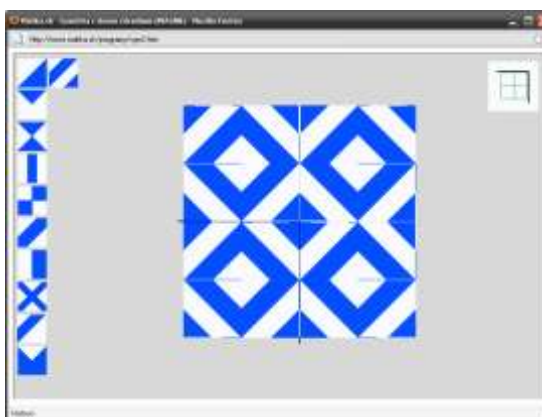


Obr. 3a, 3b, 3c Predlohy pre hru so zrkadlom

2.3 Elektronická hra s dvomi zrkadlami

Po viacnásobnom experimentovaní so súmernými obrazmi vzniknutými z dvoch štvorcových predlôh možno skúmať súmerné útvary, ktoré vzniknú použitím štyroch zdrojových štvorcov. Vzhľadom na skutočnosť, že najvyšší stupeň abstrakcie tvorí cvičenie na zostavenie obrazu podľa predlohy a uvedená elektronická hra neposkytuje žiadne vopred pripravené vzory, možno vo vzdelávaní budúcich učiteľov definovať nasledujúcu úlohu.

Úloha: Vytvorte grafické predlohy (pre elektronickú hru s dvomi zrkadlami) súmerné podľa dvoch navzájom kolmých osí súmernosti.



Obr. 4 Súmernosť s dvomi navzájom kolmými zrkadlami

Na overenie úspešnosti vypracovania grafických súmerných predlôh možno využiť elektronickú pomôcku, v ktorej je obraz útvaru generovaný dvomi na seba navzájom kolmými zrkadlami (<http://www.matika.sk/aplijav.htm#sym2>).

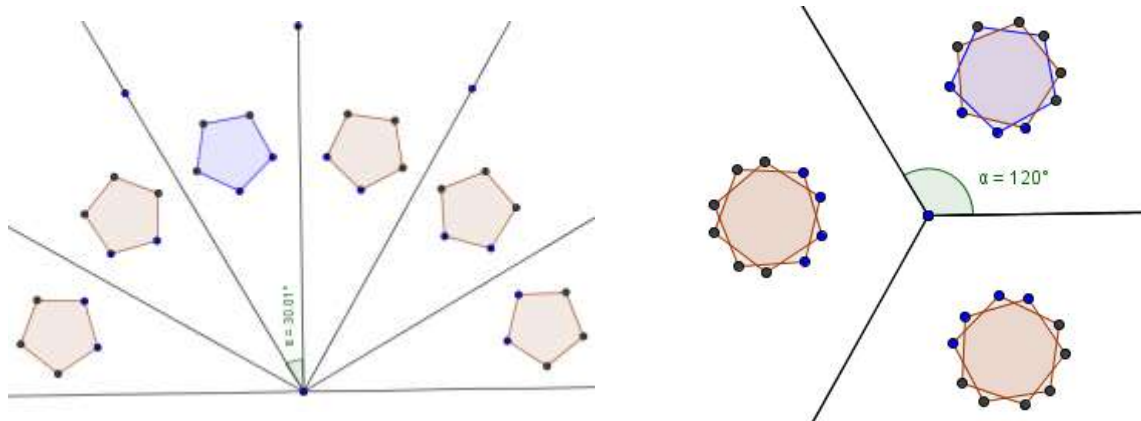
2.4 Využitie dynamickej geometrie v tvorbe súmerných obrazov typu „Kaleidoskop“

Kaleidoskop je optická hračka, ktorej princíp je založený na tvorbe súmerných vzorov pomocou (spravidla) troch zrkadiel. Matematické skúmanie geometrických vlastností súmerností možno začať jednoduchými manipuláciami s dvomi skutočnými zrkadlami, ktoré umiestňujeme kolmo na predlohu.



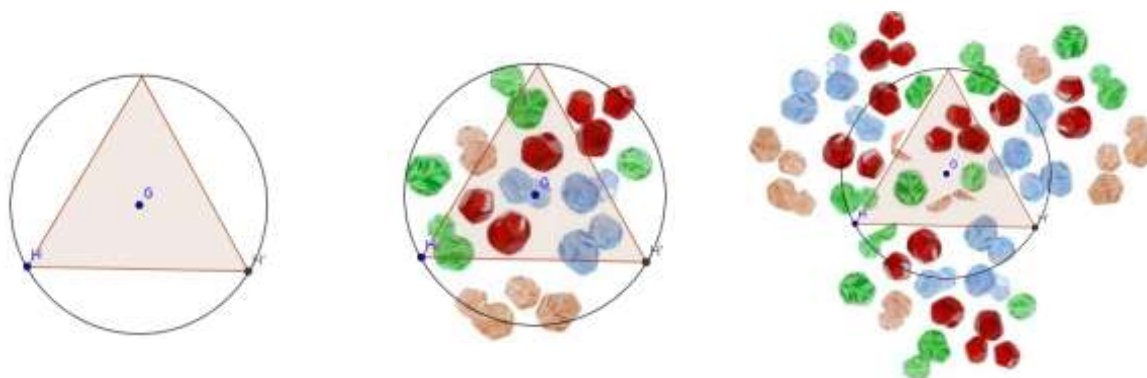
Obr. 5a, 5b Manipulácia s dvomi zrkadlami a rôznymi predlohami (detská hračka a mozaika)

Ako predloha môže poslúžiť zo začiatku jednoduchý predmet (napr. detská hračka, obr. 5a) alebo vzor vytvorený pomocou rôznofarebných mnohoúhelníkov (obr. 5b). Zmenou vzájomnej polohy zrkadiel sledujeme nielen tvorený súmerný obraz, ale aj počet znázornených obrazov. Vytvorenie simulácie tvorby zrkadlového obrazu pomocou dvoch zrkadiel v dynamickej geometrii umožňuje efektnú vizualizáciu zdôvodnenia počtu sledovaných obrazov (obr. 6a, 6b). Teda, ak sú zrkadlá umiestnené tak, že veľkosť uhla, ktorý je nimi tvorený je n° , potom počet predmetov, ktoré budú zobrazené (vrátane vzoru) je $360/n$.

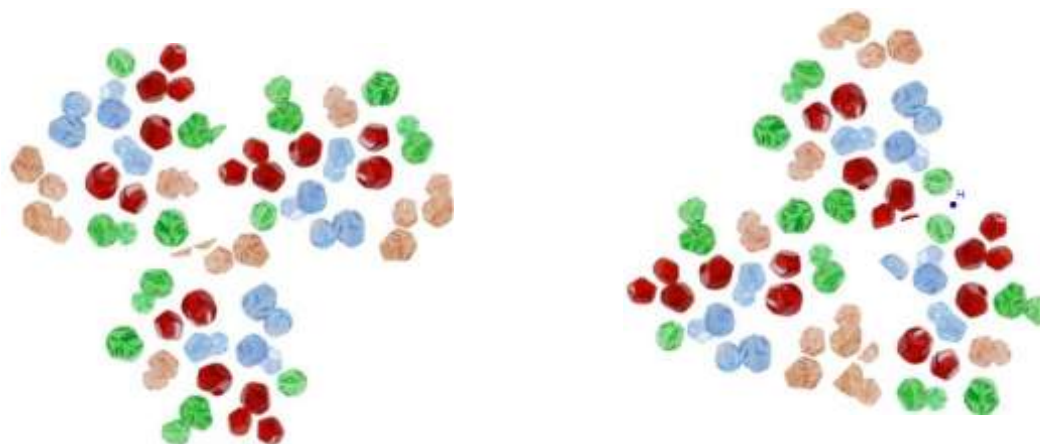


Obr. 6a, 6b Skúmanie počtu zobrazených útvarov podľa vzájomnej polohy dvoch zrkadiel

Jednoduchý kaleidoskop je tiež možné vytvoriť v prostredí dynamickej geometrie. Modelom troch zrkadiel umiestnených v skutočnom kaleidoskope budú strany rovnostranného trojuholníka. Aby bolo možné v interaktívnej geometrii simulovať otáčanie s kaleidoskopom, zostrojíme rovnostranný trojuholník tak, aby jeden z jeho vrcholov H bol čiastočne viazaný (obr. 7a). (Bod je viazaný na kružnicu, ale po kružnici má možnosť pohybu neobmedzenú.) Ďalej je potrebné vložiť do prostredia dynamickej geometrie vzor (obrázok) a zostrojiť jeho obrazy v osovej súmernosti danej priamkami, ktoré sú určené stranami zostrojeného rovnostranného trojuholníka (obr. 7b, 7c). Na záver nastavíme atribúty všetkých geometrických útvarov (polohy, dĺžky, veľkosti a tiež možno v závere skryť všetky body, trojuholník, kružnicu). Zmenou polohy bodu H na interaktívnom výkrese možno vytvárať rôzne súmerné obrazce, pričom kvalita zobrazenia závisí samozrejme od kvality pôvodného obrázku, ktorý sme použili ako predlohu (obr. 8a, 8b).



Obr. 8a, 8b, 8c Postup konštrukcie jednoduchého virtuálneho kaleidoskopu



Obr. 9a, 9b Výsledné produkty virtuálneho kaleidoskopu získané po zmene polohy vrcholu rovnostranného trojuholníka

3 Záver

Manipulačné aktivity v matematickom vzdelávaní možno považovať za jednu z počiatočných etáp v konštruktivistickom prístupe k vyučovaniu. M. Hejný a F. Kuřina uvádzajú vlastné zásady potrebné k napĺňaniu konštruktivistických prístupov. Sú to: aktivita, riešenie úloh, konštrukcia poznatkov, skúsenosti, podnetné prostredie, interakcia, reprezentácia a štruktúrovanie, komunikácia, vzdelávací proces a formálne poznanie. V uvedenej skupine „desatora konštruktivismu“ autori konkretizujú najmä oblasť skúseností ako potrebnú činnosť, prostredníctvom ktorej sa žiaci dostávajú do kontaktu s realitou svojho života a mali by dostať aj dostatok príležitostí zbierať skúsenosti prostredníctvom experimentovania a riešenia úloh (Hejný, M – Kuřina, F, 2009, s. 194). Ak však podrobnejšie preskúmame jednotlivé uvedené kategórie, je zrejmé, že manipulácie so zrkadlami (aj virtuálnymi) môžu byť nápomocné v uplatňovaní aj ďalších spomenutých zásad. Opísané manipulačné aktivity môžu vytvoriť podnetné prostredie na rozvoj tvorivosti, súčasťou je reprezentácia v netradičnom digitálnom prostredí dynamickej geometrie, rozvoj komunikačných schopností prostredníctvom matematickej formulácie opisu skúmaných javov a nácviku presného odborného vyjadrovania.

Literatúra

- [1] HEJNÝ, M, KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2009. 240 s. ISBN 978-80-7367-397-0.

-
- [2] MARCINEK, T., SLANINKA, F. Využitie prostredia IMAGINE pri podpore názornosti: príklad hry s osovou súmernosťou. In. *Názornosť vo vyučovaní matematiky*. Nitra: Prírodovedecká fakulta UKF, 2006. ISBN 80-8094-024-X. s. 95-101
- [3] ŽIDEK, O. Diskrétné využitie rovinovej súmernosti. In. *Cesty (k) poznávaniu v matematice primárni školy*. Olomouc: Univerzita Palackého, 2004. ISBN 80-244-0818-X. s. 288-291
- [4] ŠTÁTNY VZDELÁVACÍ PROGRAM MATEMATIKA, PRÍLOHA ISCED 1, 1. upravená verzia pre 1. a 2. ročník ZŠ
- [5] http://www.gonge.com/product_2003.htm
- [6] <http://www.matika.sk/aplijav.htm#sym1>
- [7] <http://www.kaboodle.com/reviews/mirror-images-game-spiegelbilder-haba>