

## VIRTUÁLNA STAVEBNICA Z POHLĀDU KONŠTRUKTIVIZMU

Kristína Sotáková

Katedra matematiky a informatiky, Pedagogická fakulta, Trnavská univerzita  
Priemyselná 4, P. O. Box 9, 918 43 Trnava, SR  
e-mail: ksotakov@truni.sk

**Abstract:** This paper begins by considering the cognitive mechanisms (process - concept) available to individuals which enable them to operate successfully in different parts of the mathematics curriculum. We have studied how the features of Visual Fractions - the authoring environment for pupils - support the development of constructive understanding of proportionality.

**Key words:** Constructivism, process, concept, interactive environment, dynamic elements, proportionality, Visual Fractions.

### 1. Úvod

Jednou zo skúmaných oblastí využitia počítačov v matematike sú otvorené edukačné prostredia. Vyzančujú sa voľnosťou v oblasti vytvárania aktivít pomocou nástrojov, ktoré sú k dispozícii. Softvér Vizuálne zlomky, ktorý bol vytvorený v prostredí Imagine v rámci medzinárodného projektu Colabs, patrí k tomuto druhu edukačných produktov. Je to virtuálna stavebnica interaktívnych nástrojov s dynamickými prvkami určená pre základné školy na vyučovanie proporcionality.

Virtuálnu stavebnicu Vizuálne zlomky je možné z hradiska implementácie do vyučovacieho procesu chápať ako výučbový program, ktorý podporuje konštruktivistický prístup k učeniu. V tomto článku budú v krátkosti popísané niektoré aspekty konštruktivistického prístupu v danom učive s využitím Vizuálnych zlomkov.

### 2. Konštruktivismus vo vyučovaní matematiky

Teória konštruktivismu ako protikladu k transmisivizmu nie je nová. Je založená na premise, že (pozri [8]) reflektovaním skúseností si konštruujeme vlastné porozumenie sveta, v ktorom žijeme. Konštruktivismus je rozšírený najmä v pedagogických kruhoch západoeurópskych krajín (Gray, Tall, Bell, Pitta) ale aj v Českej republike (Hejný, Kuřina, Kupková) a Poľsku (Plocki). Hlavným nositeľom teórie konštruktivismu je francúzsky psychológ J. Piaget, ktorý sa zamýšľal nad vnútornými procesmi rozvoja myslenia žiakov. Jeho výskumy v tejto oblasti sú postavené na pojme štruktúra resp. konštrukt (odtiaľ je aj názov smeru konštruktivismus). Človek poznáva nové pojmy len v prepojení na iné už známe pojmy a vzťahy a svoje vlastné skúsenosti. „Každý nový spoj je integrovaný do predchádzajúcej schémy, alebo štruktúry. Človek sa stáva citlivým k vonkajším podnetom len do tej miery, ako ich dokáže asimilovať do vopred vytvorených štruktúr“ (pozri [6]). Gray túto teóriu obohacuje o pojmy koncept (pozri [1]), process a procept, ktoré sú prítomné pri učení sa novým pojmom v matematike. Koncept vzniká hlbším pochopením niektorých procesov. Konceptuálny pohľad na matematické objekty je teda náročnejší ako procesuálny. Plynulé prechádzanie v myšlienkach od konceptu k procesu a naopak je znakom konštruovania proceptu. Vytvorenie proceptu je cieľom vyučovania každej matematickej vedomosti. (pozri [3])

Hlavným znakom konštruktivismu je teda štrukturovanosť pojmov. Štruktúrácia sveta dieťaťa v mladšom školskom veku je obmedzená na úroveň praktickej činnosti. Dieťa sa učí zo skúsenosti. Prechod k abstrakcii je zložitý, je založený na riešení problémov a prebieha pozvoľne a u každého žiaka má osobitný charakter. Podľa Piageta (pozri [6]) chápanie logicko-matematických pojmov najmä v začiatkoch je založené na konkrétnej činnosti s predmetmi a nie len na vnímaní pojmov.

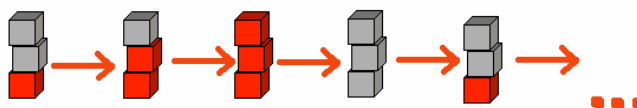
Medzi najnáročnejšie učivá školskej matematiky z hľadiska spôsobu výkladu učiva patrí zaiste učivo o časti celku. Sem zahrňame učivo o zlomkoch, desatinných číslach, percentách a pomere. Ako hlavný problém sa javí vybudovanie pojmu - proceptu (procept = koncept + proces) zlomku a jeho následná aplikácia v konkrétnych úlohách. Viacerí autori odporúčajú nielen použiť rôzne modely, ale aj umožniť žiakovi tvorivo s nimi pracovať.

Virtuálnu stavebnicu Vizuálne zlomky je možné z hľadiska implementácie do vyučovacieho procesu chápať ako výučbový program, ktorý podporuje konštruktivistický prístup k učeniu. Umožňuje zaradiť do vyučovania konkrétne činnosti smerujúce k pojmu zlomok ako časť celku, obrázky s ktorými sa dá manipulovať, ktoré sa dajú nakresliť a dynamicky meniť. V nasledujúcich odsekoch načrtujeme prvky konštruktivistického prístupu pri vyučovaní proporcionalite na základnej škole.

### 3. Budovanie pojmov

Pri vyučovaní proporcionalite je dôležité, aby žiakova skúsenosť s rozličnými modelmi časti celku bola bohatá. Učebnice matematiky sú chudobné na modely zlomkov a neposkytujú možnosť manipulácie s nimi. Navyše, náčrtky modelov na tabuľu alebo do zošita vyžadujú určitú technickú zručnosť, napr. rozdeliť kruhový model na 7 rovnakých dielov nie je triviálna úloha. Následkom toho je schopnosť sústrediť pozornosť na matematickú podstatu riešených problémov značne obmedzená.

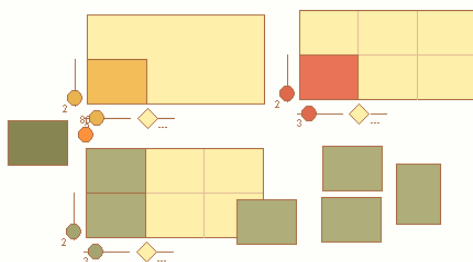
Virtuálna stavebnica plní do istej miery účel vizualizácie, ilustrácie, simulovania a modelovania pojmov a vzťahov. Tento edukačný produkt poskytuje širokú paletu reprezentantov časti celku s možnosťou manipulácie s nimi. Sú to tzv. *obrázkové zlomky* ako reprezentanti a/ spojitej časti celku (torta, čokoláda, jablko), b/ číselnej osi - (teplomer, odmerka), c/ diskretnej časti celku (sviečky na torte, veža z kociek, lupienky kvetu a pod). Všetky tieto objekty plnia z didaktického hľadiska propedeutickú úlohu pri budovaní pojmu zlomok. Nezastávajú ešte úlohu univerzálnych modelov, nakoľko nezohľadňujú všetky atribúty zlomku – ekvivalenciu zlomkov, zlomky väčšie ako 1 a pod. Zato dobre vystihujú komplement časti celku tým, že sa cyklicky menia od nulovej časti celku po celok (obr.1).



Obr. 1. Obrázkové zlomky sa cyklicky menia.

Reprezentantom univerzálnych modelov časti celku - kruh, obdĺžnik a číselná os v tomto edukačnom produkte spomínané atribúty nechýbajú a navyše majú viaceré dynamické prvky - zmena veľkosti a farby dielikov, nastavenie delenia daného modelu - na polovice, tretiny a pod., taktiež je tu možnosť dieliky skryť, alebo presúvať a otáčať na ploche. (pozri obr.2)

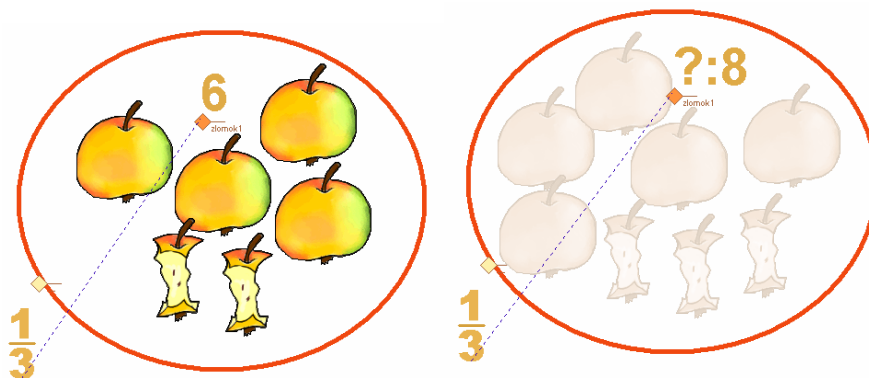
Okrem toho je k dispozícii panel s nástrojmi na kreslenie a maľovanie. Učiteľ takto môže na obrazovke počítača, alebo na interaktívnej tabuli, vytvoriť multifunkčný obrázok, ktorý zahrňa v danom kontexte viacero úloh.



Obr.2 Dynamické prvky univerzálneho modelu zlomku

#### 4. Kauzalita - dynamický prvok edukačného produktu

Ako pomôcť žiakom objaviť zlomok ako operátor? Ako príklad využijeme jeden z dynamických prvkov virtuálnej stavebnice – závislosť objektov (tzv. ukotvenie). Na ploche vyznačíme zlomok a niekoľko objektov typu *skupina*. Objekty urobíme závislé na zlomku. Postupne zvyšujeme počet objektov. Ak je ich počet taký, že sa z nich nedá vyčleniť štvrtina, obrázok sa automaticky stáva šedým (pozri obrázok).



Obr. 3. Procesuálna úroveň poznávania zlomku ako operátora

Ak je počet všetkých objektov taký, že sa z nich dá vyčleniť jedna štvrtina, tak sa štvrtina objektov zafarbí inou farbou, resp. zmení tvar, napr. jablká sa zmenia na ohryzky a pod. (procesuálna úroveň)

Takto môžu žiaci objaviť zákonitosť, podľa ktorej pribudnutím istého počtu objektov vždy niekoľko z nich zmení farbu alebo tvar. Túto zákonitosť vedú ďalej využiť pri úlohách typu: nájdí časť celku z nejakej množiny objektov. (konceptuálna úroveň)

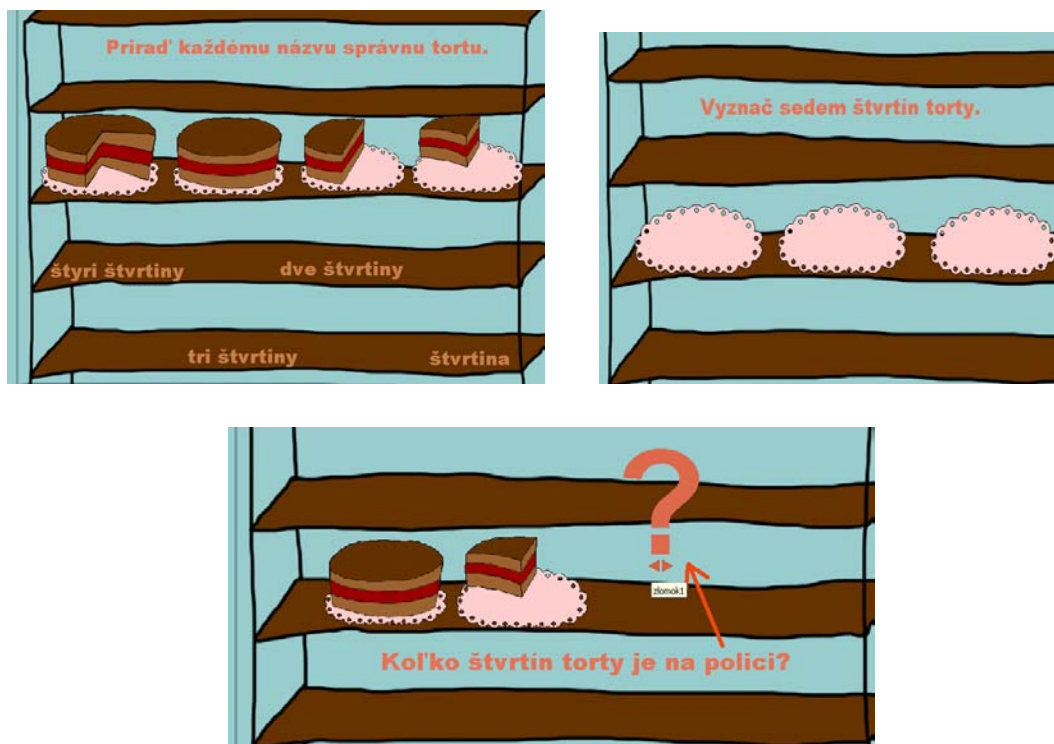
#### 5. Autorský a žiacky režim edukačného produktu

Dynamická stavebnica poskytuje možnosť pracovať v dvoch režimoch – autorskom a žiackom. Autorský režim je pôvodne určený pre učiteľa na vytváranie aktivít pre žiakov. V ňom je možné nastaviť, ktoré objekty a ich atribúty zostanú skryté v žiackom režime a ktoré nie. Týmto spôsobom môže učiteľ vytvoriť tzv. virtuálny zošit úloh pre žiaka. V žiackom režime chýba panel nástrojov, ktorý je v autorskom režime. Užívateľ má k dispozícii len konkrétny interaktívny obrázok, (prípadne celú sériu obrázkov) s ktorým pracuje. Konštruktivistickému spôsobu učenia zodpovedá práve autorský režim, nakoľko je vhodné, aby žiaci pri riešení problému postupovali svojím vlastným postupom a mali prístup k sade nástrojov ovládacieho panela.

Produkt Vizualne zlomky je pokus o hmatateľné vyučovanie matematiky prevádzané učiteľom a žiakmi pri interaktívnej plastovej tabuli alebo pri osobných počítačoch. Žiaci pod

vedením učiteľa v skupinách alebo samostatne skúmajú daný problém, vymýšľajú vhodnú stratégiu, diskutujú o riešení. Cieľom je budovanie a objavovanie dôležitých pojmov a vzťahov.

Pri konštruktívnom vyučovaní žiakom nie je predkladané žiadne utriedené poznanie, ale premyslený a individualizovaný systém podnetov - reťazec úloh, problémov, otázok (pozri obr. 4).

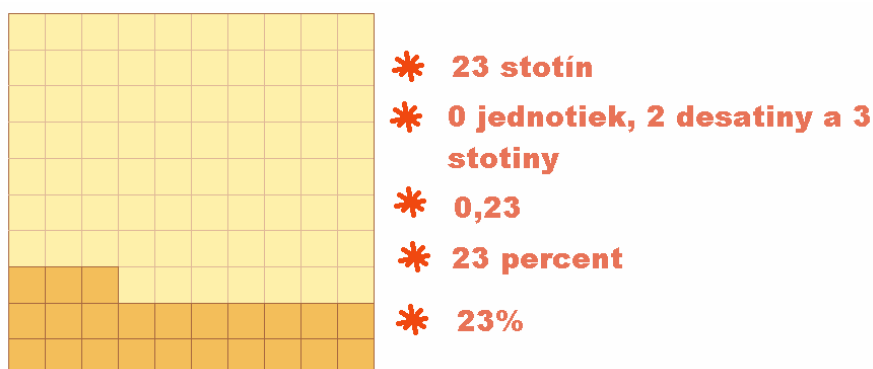


Obr. 4. Postupnosť úloh je možné realizovať formou vhodne zoradených pracovných listov

## 6. Schémy a konštrukty

Zámerom autorov Vizuálnych zlomkov bolo vytvoriť virtuálne prostredie pre objavovanie proporcionality. Preto všetky objekty v tomto prostredí sa dajú navzájom prepájať a sú prispôbené práve tomuto cieľu. Významová súvislosť všetkých objektov softvéru podporuje budovanie schém, ktoré vedú k pochopeniu ústredného pojmu – časť celku.

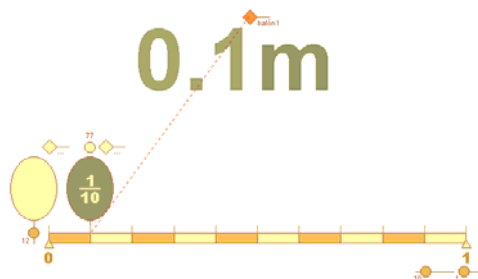
Siemon (pozri [7]) sumarizuje konštruktivistický pohľad na proporcionality schémou (pozri obr. 5).



Obr.5. Schéma poznávania proporcionality podľa Siemona

To, čo spája pojmy desatinné číslo, desatinný zlomok a percentá môže byť práve práca so štvorcovým modelom veľkosti 10 x 10. A to je ľahko realizovateľné práve virtuálnou stavebnicou Vizuálne zlomky.

Iný príklad prepojenosti modelov zlomkov s desatinným číslom realizovateľný na Virtuálnej stavebnici môžeme vidieť na obr. 6. Úlohou žiakov môže byť napr. nájsť a odôvodniť zápis polovice metra desatinným číslom.



Obr. 6. Príklad dynamického prepojenia objektov

Žiak pomocou vhodnej úlohy objavuje vzťahy medzi objektami, ktoré sa pri zachovaní invariantov môžu dynamicky meniť, napr. umiestnenie obrazu čísla na číselnej osi od jeho kvantitatívnej hodnoty a pod.

## 7. Záver

Využívanie edukačného produktu Vizuálne zlomky môže prispieť k získavaniu vedomostí a schopností, ktoré sú podstatné v učive o proporcionalite. Otvorené prostredie, dynamické prvky, schémy a modely sú atribúty tohto produktu, ktoré vedú ku konštruktivistickému osvojeniu si učiva.

## Literatúra

- [1] GRAY, E.M. – TALL, D.O: *Duality, Ambiguity, and Flexibility – a Proceptual View of Simple Arithmetic* In: Journal for Research in Mathematics Education 1994, No. 25 (2), pp. 116-140.
- [2] HEJNÝ, M.: *Teória vyučovania matematiky 2*. SPN, Bratislava, 1990.
- [3] HEJNÝ, M.: *Procept*, <http://www.kafomet.cz/files/pdf/procept.pdf>, Praha, 2005.
- [4] JONES, S.: *The role of manipulatives in introducing and developing mathematical concepts in elementary and middle grades*, [http://www.resourceroom.net/math/Jones\\_mathmanip.asp](http://www.resourceroom.net/math/Jones_mathmanip.asp), 2005
- [5] LEHOTSKÁ, D. - KALAŠ, I.: *LVF - Interface for Dynamic Fractios*, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, <http://www.noe-kaleidoscope.org/pub/>, UK Bratislava, 2005
- [6] PIAGET, J.- INHELDEROVÁ, B.: *Psychologie dítěte*, SPN, Praha, 1970.
- [7] SIEMON, D.: *The missing link in building fraction knowledge and confidence*, Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers, 2003
- [8] <http://www.funderstanding.com/constructivism.cfm>, 2005
- [9] HEJNÝ, M.: *Hodnotenie učebnice matematiky*, PF UK Praha, 2005, <http://www.kafomet.cz/files/pdf/procept.pdf>.